RÉDUCTION DES ÉCARTS DE RENDEMENT

9e année

Module 1 : Fractions

Guide pédagogique

LISTE DES MODULES

Module 1

Fractions

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Exemples de contenus d'apprentissage qui font appel aux fractions

MPM1D

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- examiner la vraisemblance des résultats obtenus en tenant compte du contexte et en ayant recours au calcul mental et à l'estimation.
- résoudre des problèmes portant sur des rapports, des taux, des pourcentages et des proportions tirées de situations réelles.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.
- résoudre algébriquement des équations du premier degré, y compris des équations avec coefficients fractionnaires, et en vérifier la solution.

Relations

- déterminer le taux de variation et la valeur initiale d'une relation d'après ses trois représentations.

Géométrie analytique

- calculer la pente d'une droite à partir de son graphique dans un plan cartésien, de son équation et de deux de ses points.
- communiquer et justifier les étapes de son raisonnement dans le développement d'une solution au moyen d'arguments convaincants et à l'aide du vocabulaire approprié.

MFM1P

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- examiner la vraisemblance des résultats obtenus en tenant compte du contexte et en ayant recours au calcul mental et à l'estimation.
- résoudre des problèmes portant sur des rapports, des taux, des pourcentages et des proportions tirées de situations réelles.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.
- communiquer les étapes de son raisonnement au moyen d'arguments convaincants et à l'aide du vocabulaire approprié.

Relations

- déterminer le taux de variation et la valeur initiale d'une relation d'après ses trois représentations.

ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE

Matériel
- grilles, jetons, bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions (facultatif)

Remettre aux élèves une copie de l'évaluation diagnostique (voir Guide de l'élève) et leur accorder suffisamment de temps pour répondre aux questions. Si des élèves ont de la difficulté à comprendre le sens d'une question, n'hésitez pas à leur expliquer.

Corriger les évaluations et planifier les interventions pédagogiques en fonction de l'analyse des résultats obtenus.

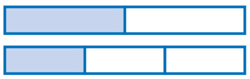
Ce guide contient du matériel d'appui relatif :
- à la comparaison de fractions;
- à l'addition de fractions;
- à la soustraction de fractions;
- à la multiplication de fractions;
- à la division de fractions;
- à la résolution de problèmes comportant des fractions.

Il n'est pas nécessaire d'utiliser tout ce matériel. Le tableau suivant propose une façon de choisir le matériel d'appui en fonction des difficultés observées lors de l'analyse des résultats.

Résultats	Matériel d'appui suggéré
Si les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 1 à 3.	Utiliser la section « Comparaison de fractions ».
Si les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 4 à 6.	Utiliser la section « Addition de fractions ».
Si les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 7 à 9.	Utiliser la section « Soustraction de fractions ».
Si les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 10 à 12.	Utiliser la section « Multiplication de fractions ».
Si les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 13 à 15.	Utiliser la section « Division de fractions ».
Si les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 6, 9, 12, 15 et 16.	Utiliser la section « Résolution de problèmes comportant des fractions ».

Note : Des élèves peuvent éprouver des difficultés à comparer des fractions, à simplifier des expressions numériques ou à résoudre des problèmes comportant des fractions, notamment parce qu'elles et ils :
- ne savent pas comment déterminer correctement une fraction équivalente à une fraction donnée (p. ex., elles et ils additionnent un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction plutôt que de les multiplier par un même nombre);
- ne savent pas comment comparer correctement des fractions ayant des dénominateurs différents (p. ex., elles et ils croient que si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont plus près l'un de l'autre que ne le sont le numérateur et le dénominateur d'une autre fraction, alors la première fraction est la plus grande, ce qui n'est pas nécessairement le cas puisque la fraction $\frac{9}{10}$ est supérieure à $\frac{7}{9}$, mais la fraction $\frac{1}{3}$ n'est pas supérieure à $\frac{4}{7}$);
- additionnent (ou soustraient) des fractions en additionnant (ou en soustrayant) les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux;

- ne comprennent pas que les fractions peuvent être additionnées ou soustraites seulement si elles représentent des parties d'un même tout;
- ne comprennent pas que si $\frac{a}{b}$ est une fraction propre, alors la valeur de l'expression $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ correspond à une partie seulement de la fraction $\frac{c}{d}$;
- interprètent mal le reste d'une division de fractions (p. ex., elles et ils croient que $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{6}$, au lieu de $1\frac{1}{2}$, parce que $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$);



- inversent la mauvaise fraction lors de la conversion d'une division de fractions en une multiplication;
- ne peuvent pas comparer ou effectuer des opérations arithmétiques avec des fractions impropres ou des nombres fractionnaires;
- multiplient deux nombres fractionnaires en multipliant séparément entre eux les nombres entiers et les fractions.

Solutions

1. **a)** p. ex., $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$ et $\frac{12}{18}$

b) p. ex., $\frac{4}{5}$, $\frac{16}{20}$ et $\frac{32}{40}$

c) p. ex., $\frac{6}{25}$, $\frac{12}{50}$ et $\frac{18}{75}$

2. **a)** >

b) >

c) <

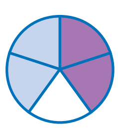
d) >

e) >

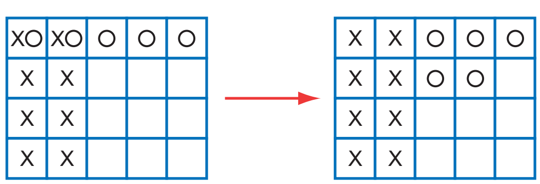
f) <

3. $\frac{2}{7}$ $\frac{1}{3}$ 0,4 0,6 $1\frac{1}{3}$ 2,7

4. **a)** p. ex.,



b) p. ex.,

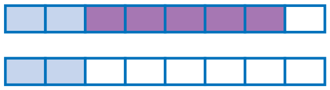


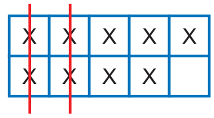
5. **a)** $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{13}{15}$

c) $\frac{29}{24}$ ou $1\frac{5}{24}$ **d)** $\frac{16}{4}$ ou 4

e) $\frac{31}{6}$ ou $5\frac{1}{6}$ **f)** $\frac{199}{24}$ ou $8\frac{7}{24}$

6. Par exemple, pour une fête d'enfants, on a commandé un certain nombre de pizzas hawaïennes et de pizzas végétariennes de grandeur moyenne. Il reste $1\frac{1}{2}$ pizza hawaïenne et $\frac{2}{3}$ de pizza végétarienne. L'équivalent de combien de pizzas de grandeur moyenne reste-t-il?

7. **a)** p. ex., 

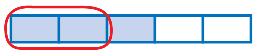
b) p. ex., 

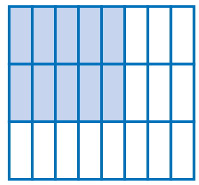
8. **a)** $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{7}{15}$

c) $\frac{7}{12}$ **d)** $\frac{14}{15}$

e) $2\frac{1}{3}$ **f)** $1\frac{11}{15}$

9. Par exemple, j'avais $3\frac{1}{4}$ boîtes d'œufs et j'en ai utilisé $1\frac{1}{3}$ pour cuisiner. Combien de boîtes d'œufs me reste-t-il?

10. **a)** p. ex., 

b) p. ex., 

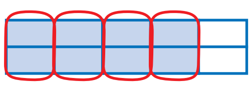
11. **a)** $\frac{1}{2}$

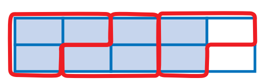
b) $\frac{8}{15}$

c) $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$

d) $\frac{21}{4}$ ou $5\frac{1}{4}$

12. Par exemple, si une équipe a fait $\frac{5}{6}$ de son travail de recherche et qu'un membre de l'équipe a fait $\frac{2}{3}$ de ce travail, alors $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ désigne la partie de l'ensemble du travail de recherche que ce membre a fait.

13. **a)** p. ex., 

b) p. ex., 

14. **a)** 3

b) $2\frac{1}{2}$

c) 6

d) $\frac{16}{5}$ ou $3\frac{1}{5}$

e) $\frac{9}{25}$

f) $\frac{21}{26}$

15. $\frac{1}{10}$ de la pièce

16. **a)** $1 - \frac{5}{8}$

b) $\frac{1}{3} \times \frac{5}{8}$

c) $\frac{5}{8} \div \frac{1}{5}$

Évaluation diagnostique

1. Donne trois fractions équivalentes (égales) à chacune des fractions suivantes.

a) $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{8}{10}$ **c)** $\frac{24}{100}$

2. Remplace les crochets [ ] par le signe > (plus grand que) ou le signe < (plus petit que) afin de créer une inégalité vraie.

a) $\frac{1}{2}$ [ ] $\frac{3}{8}$ **b)** $\frac{3}{8}$ [ ] $\frac{3}{10}$

c) $\frac{5}{6}$ [ ] $\frac{8}{9}$ **d)** $\frac{9}{5}$ [ ] $\frac{5}{9}$

e) $2\frac{1}{3}$ [ ] $1\frac{5}{4}$ **f)** $1\frac{1}{8}$ [ ] $1\frac{3}{10}$

3. Place les nombres suivants en ordre croissant.

0,4 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{7}$ 0,6 $1\frac{1}{3}$ 2,7

4. Démontre à l'aide d'un dessin que les égalités suivantes sont vraies.

a) $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$ **b)** $\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{13}{20}$

5. Détermine chacune des sommes suivantes.

a) $\frac{4}{9}+\frac{2}{9}$ **b)** $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{8}+\frac{5}{6}$ **d)** $\frac{9}{4}+\frac{7}{4}$

e) $\frac{8}{3}+2\frac{1}{2}$ **f)** $3\frac{2}{3}+4\frac{5}{8}$

6. Rédige un problème que l'on pourrait résoudre en additionnant $\frac{2}{3}$ et $1\frac{1}{2}$.

Évaluation diagnostique *(Suite)*

7. Démontre à l'aide d'un dessin que les égalités suivantes sont vraies.

a) $\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{9}{10}-\frac{2}{5}=\frac{5}{10}$

8. Détermine chacune des différences suivantes.

a) $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$ **b)** $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}$

c) $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{8}{5}-\frac{2}{3}$

e) $4-1\frac{2}{3}$ **f)** $4\frac{1}{3}-2\frac{3}{5}$

9. Rédige un problème que l'on pourrait résoudre en soustrayant $1\frac{1}{3}$ de $3\frac{1}{4}$.

10. Démontre à l'aide d'un dessin que les égalités suivantes sont vraies.

a) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}=\frac{10}{24}$

11. Détermine chacun des produits suivants.

a) $\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$

c) $\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}$ **d)** $2\frac{1}{3}\times 2\frac{1}{4}$

12. Décris une situation qui fait appel à la multiplication des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{6}$.

Évaluation diagnostique *(Suite)*

13. Démontre à l'aide d'un dessin que les égalités suivantes sont vraies.

a) $\frac{8}{10}\div\frac{2}{10}=4$

b) $\frac{8}{10}\div\frac{3}{10}=2\frac{2}{3}$

14. Détermine chacun des quotients suivants.

a) $\frac{6}{9}\div\frac{2}{9}$ **b)** $\frac{5}{8}\div\frac{2}{8}$

c) $\frac{9}{4}\div\frac{3}{8}$ **d)** $\frac{8}{3}\div\frac{5}{6}$

e) $\frac{3}{10}\div\frac{5}{6}$ **f)** $3\frac{1}{2}\div 4\frac{1}{3}$

15. Un peintre utilise $2\frac{1}{2}$ pots de peinture pour peindre $\frac{1}{4}$ d'une pièce. Quelle part de cette pièce pourrait être peinte avec 1 pot de peinture?

16. Indique quelle est l'expression numérique à évaluer pour résoudre chacun des problèmes suivants.

a) Mia a lu les $\frac{5}{8}$ de son livre. Quelle fraction du livre lui reste-t-il à lire?

b) Mia a lu les $\frac{5}{8}$ de son livre. Elle a lu $\frac{1}{3}$ de cette portion lundi. Quelle fraction du livre complet a-t-elle lu lundi?

c) Mia a lu les $\frac{5}{8}$ de son livre. Si elle a lu en moyenne $\frac{1}{5}$ du livre par heure, combien d'heures a-t-elle passées à lire?

MATÉRIEL D'APPUI

L'objectif du matériel d'appui est d'aider les élèves à développer les habiletés de base relatives aux opérations avec les fractions afin de pouvoir traiter des expressions rationnelles, des proportions, des pentes de droites et des équations impliquant des fractions.

Chaque section du matériel d'appui comprend deux approches : l'approche par question ouverte (tâche unique) et l'approche par fiche de réflexion (tâches multiples). Les deux portent sur les mêmes contenus d'apprentissage; elles représentent des façons différentes d'interagir avec les élèves et de les mobiliser. Vous pouvez choisir une seule approche ou alterner entre les deux, dans l'ordre de votre choix.

Des interventions vous sont proposées pour faciliter l'apprentissage avant, pendant et après l'utilisation de l'approche de votre choix. Elles sont présentées en trois parties comme suit :

- Questions à poser avant de présenter la question ouverte ou la fiche de réflexion;
- Utilisation de la question ouverte ou de la fiche de réflexion;
- Consolidation et objectivation.

Comparaison de fractions

Question ouverte

Matériel
- bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Comment peut-on déterminer si une fraction est supérieure à une autre?* (Par exemple, on peut représenter chacune des fractions comme une partie d'un même tout afin de voir laquelle représente la plus grande partie.)

◊ *Et si jamais les fractions étaient telles qu'il était difficile de déterminer laquelle des deux parties du même tout était la plus grande, que pourrait-on faire?* (Par exemple, on pourrait utiliser des fractions équivalentes ayant le même dénominateur.) *Et ensuite?* (Par exemple, la fraction équivalente qui a le plus grand numérateur correspond alors à la fraction la plus grande.)

◊ *Comment peut-on affirmer que* $\frac{4}{3} > \frac{3}{5}$ *sans avoir recours à des représentations ou à des fractions équivalentes?* (Par exemple, il suffit de noter que la fraction $\frac{4}{3}$ est supérieure à 1 alors que la fraction $\frac{3}{5}$ ne l'est pas. Donc, $\frac{4}{3}$ est la fraction la plus grande.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'il faut utiliser quatre nombres parmi les nombres donnés afin de créer chaque paire de fractions, mais qu'elles et ils peuvent utiliser le même nombre deux fois. (Cela est d'ailleurs nécessaire pour les paires de fractions ayant le même numérateur.) Assurez-vous aussi qu'elles et ils peuvent expliquer pourquoi une fraction est plus grande qu'une autre.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- utilisent un nombre repère pour comparer des fractions et, le cas échéant, de quelle façon elles et ils le font;
- ont toujours recours à un dénominateur commun pour comparer des fractions;
- peuvent comparer des fractions ayant un numérateur commun et, le cas échéant, de quelle façon elles et ils le font;
- peuvent utiliser aisément les fractions impropres.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Quelles fractions ayant un même numérateur avez-vous utilisées?* (Par exemple, $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{12}$). *Comment avez-vous déterminé quelle fraction était la plus grande?* (Par exemple, j'ai pensé au fait que $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ et que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$. Donc, puisque $\frac{3}{12} = \frac{2}{8}$, alors $\frac{3}{8}$ doit être la fraction la plus grande.) *Auriez-vous pu le savoir sans avoir à établir l'équivalence entre les fractions* $\frac{3}{12}$ *et* $\frac{2}{8}$*?* (Oui car, par exemple, les huitièmes représentent des parties plus grandes que les douzièmes. Et puisque dans les deux fractions on a 3 de ces parties, la fraction $\frac{3}{8}$ doit être supérieure à la fraction $\frac{3}{12}$.)

◊ *Parmi vos paires de fractions, lesquelles avez-vous comparées en utilisant un dénominateur commun?* (Par exemple, j'ai comparé les fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{4}{9}$ en utilisant 72 comme dénominateur commun.)

◊ *Avez-vous déterminé laquelle de deux fractions était la plus grande en comparant chacune d'elles à un autre nombre?* (Oui. Par exemple, j'ai comparé les fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{9}{10}$ à $\frac{1}{2}$. Puisque la fraction $\frac{3}{8}$ est inférieure à $\frac{1}{2}$ et que la fraction $\frac{9}{10}$ est supérieure à $\frac{1}{2}$, alors $\frac{9}{10}$ doit être la fraction la plus grande.)

Solutions

Exemple

- **1^re^ paire : $\frac{4}{6}$ et $\frac{10}{20}$**
  $\frac{4}{6} > \frac{10}{20}$, car, par exemple, je sais que la fraction $\frac{10}{20}$ est égale à $\frac{1}{2}$ et que la fraction $\frac{3}{6}$ est aussi égale à $\frac{1}{2}$. Puisque la fraction $\frac{4}{6}$ représente plus de sixièmes que la fraction $\frac{3}{6}$, elle est donc supérieure à $\frac{1}{2}$ et donc supérieure à $\frac{10}{20}$.

- **2^e^ paire : $\frac{4}{9}$ et $\frac{4}{12}$**
  $\frac{4}{9} > \frac{4}{12}$, car, par exemple, je sais que si l'on divise un tout en 9 parties, les parties obtenues seront plus grandes que si l'on divise le même tout en 12 parties. Alors, 4 des plus grandes parties représentent une quantité supérieure à 4 des plus petites parties.

- **3^e^ paire : $\frac{12}{6}$ et $\frac{6}{16}$**
  $\frac{12}{6} > \frac{6}{16}$, car, par exemple, je sais que la fraction $\frac{12}{6}$ est égale à 2 alors que la fraction $\frac{6}{16}$ est inférieure à 1.

- **4^e^ paire : $\frac{20}{4}$ et $\frac{12}{6}$**
  $\frac{20}{4} > \frac{12}{6}$, car, par exemple, je sais que la fraction $\frac{20}{4}$ est égale à 5 alors que la fraction $\frac{12}{6}$ est égale à 2.

- **5^e^ paire : $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{20}$**
  $\frac{3}{8} > \frac{3}{20}$, car, par exemple, je sais que un huitième d'un tout représente une partie plus grande que un vingtième du même tout. Alors, 3 des plus grandes parties représentent une quantité supérieure à 3 des plus petites parties.

- **6^e^ paire : $\frac{9}{10}$ et $\frac{8}{9}$**
  $\frac{9}{10} > \frac{8}{9}$, car, par exemple, je sais que $\frac{9}{10}$ est $\frac{1}{10}$ de moins que 1 et que $\frac{8}{9}$ est $\frac{1}{9}$ de moins que 1. Puisque $\frac{1}{10} < \frac{1}{9}$, alors $\frac{9}{10}$ est plus près de 1 que $\frac{8}{9}$. Donc, $\frac{9}{10}$ correspond à la fraction la plus grande.

Fiche de réflexion

Matériel
- bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Comment peut-on déterminer si une fraction est supérieure à une autre?* (Par exemple, on peut représenter chacune des fractions comme une partie d'un même tout afin de voir laquelle représente la plus grande partie.)

◊ *Pourquoi est-il important d'utiliser des touts de même taille lorsque l'on compare deux fractions à l'aide d'un modèle?* (Par exemple, parce que la comparaison de deux fractions à l'aide d'un modèle est basée sur la comparaison de la taille de chacune des deux représentations. Si la taille des touts utilisés comme modèle n'est pas la même, la comparaison est alors faussée.)

◊ *Quelle fraction est la plus grande, $\frac{3}{5}$ ou $\frac{4}{5}$?* $\left(\frac{4}{5}\right)$ *Avez-vous besoin de représenter chaque fraction pour le déterminer?* (Non puisque, par exemple, la fraction $\frac{4}{5}$ représente plus de cinquièmes que la fraction $\frac{3}{5}$.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Assurez-vous qu'elles et ils comprennent l'avantage de choisir la façon de comparer deux fractions en fonction de la situation donnée.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- utilisent un nombre repère pour comparer des fractions et, le cas échéant, de quelle façon elles et ils le font;
- ont toujours recours à un dénominateur commun pour comparer des fractions;
- peuvent comparer des fractions ayant un numérateur commun et, le cas échéant, de quelle façon elles et ils le font;
- peuvent utiliser aisément les fractions impropres;
- utilisent des nombres décimaux pour comparer des fractions.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Comment est-il possible que la fraction $\frac{2}{5}$ soit égale à $\frac{6}{15}$, alors que la différence entre 2 et 5 n'est que de 3, et que la différence entre 6 et 15 est de 9?* (Par exemple, la différence entre le numérateur et le dénominateur n'a pas d'importance; ce qui compte, c'est que les deux fractions représentent la même partie d'un tout quelconque. Ainsi, si je partage 15 jetons en 5 groupes de 3 jetons chacun, 2 des 5 groupes contiennent 6 jetons, ce qui est équivalent à prendre 6 des 15 jetons.)

◊ *Afin de comparer les fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{6}{17}$, laquelle exprimeriez-vous sous une autre forme?* (Par exemple, j'exprimerais la fraction $\frac{3}{8}$ sous la forme $\frac{6}{16}$ puisque je sais que $\frac{6}{16} > \frac{6}{17}$.)

◊ *Pensez à des façons différentes pour comparer chacune des paires de fractions suivantes : $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{8}$ et $\frac{9}{10}$; $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{15}$. Laquelle utiliseriez-vous dans chaque cas?* (Par exemple, j'utiliserais le fait que $\frac{1}{5}$ représente une plus grande partie d'un tout que $\frac{1}{7}$ afin de conclure que $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$. J'utiliserais le fait que la fraction $\frac{3}{8}$ est inférieure à $\frac{1}{2}$ et que la fraction $\frac{9}{10}$ est supérieure à $\frac{1}{2}$ afin de conclure que $\frac{3}{8} < \frac{9}{10}$. J'exprimerais $\frac{2}{5}$ sous la forme $\frac{6}{15}$ afin de conclure que $\frac{2}{5} > \frac{4}{15}$.)

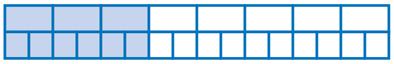
Solutions

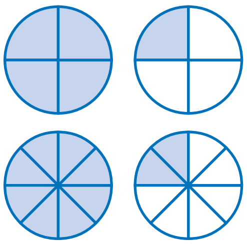
1. **a)** $\frac{2}{5} < \frac{4}{7}$

b) $\frac{7}{8} > \frac{5}{6}$

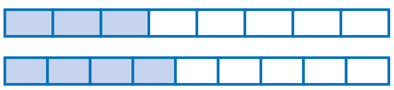
c) $\frac{3}{5} < \frac{5}{7}$

d) $\frac{5}{6} < \frac{8}{9}$

2. **a)** p. ex., 

b) p. ex., 

3. Par exemple, les représentations suivantes des deux fractions démontrent que les fractions ne sont pas équivalentes puisqu'elles ne représentent pas la même partie du tout.



4. **a)** $\frac{6}{9}$, puisqu'il y a plus de neuvièmes.

b) $\frac{5}{9}$, puisque chaque neuvième est plus grand que chaque onzième, et qu'il y a autant de neuvièmes que de onzièmes.

5. **a)** Par exemple, j'exprimerais $\frac{4}{5}$ sous la forme $\frac{8}{10}$, puisque $\frac{8}{10} > \frac{6}{10}$.

b) Par exemple, j'exprimerais $\frac{4}{5}$ sous la forme $\frac{8}{10}$, puisque $\frac{8}{10} > \frac{8}{15}$ (les dixièmes sont plus grands que les quinzièmes).

c) Par exemple, j'exprimerais $\frac{9}{8}$ sous la forme $\frac{27}{24}$ et $\frac{14}{12}$ sous la forme $\frac{28}{24}$, puisque $\frac{27}{24} < \frac{28}{24}$.

d) Par exemple, j'exprimerais $\frac{8}{3}$ sous la forme $\frac{16}{6}$, puisque $\frac{16}{6} < \frac{17}{6}$.

6. **a)** Par exemple, la division représente un partage et la fraction $\frac{4}{9}$ représente un partage de 4 touts entre 9 personnes. Ainsi, chaque personne obtient $\frac{1}{9}$ de chacun des 4 touts, ou l'équivalent de $\frac{4}{9}$ d'un tout.

b) $\frac{3}{7} = 0{,}428571428571\ldots$ et $\frac{4}{9} = 0{,}4444\ldots$

c) Puisque la fraction $\frac{3}{7}$ vaut un peu moins que 43 centièmes et que la fraction $\frac{4}{9}$ vaut un peu plus que 44 centièmes, alors $\frac{4}{9} > \frac{3}{7}$.

7. **a)** Par exemple, la fraction $\frac{8}{3}$ a une plus grande valeur puisqu'elle vaut plus que 1 alors que la fraction $\frac{2}{5}$ vaut moins que 1.

b) Par exemple, la fraction $\frac{7}{3}$ a une plus petite valeur puisqu'elle vaut un peu plus que 2 alors que la fraction $\frac{17}{4}$ vaut plus que 4.

c) Par exemple, la fraction $3\frac{1}{5}$ a une plus grande valeur puisqu'elle vaut plus que 3 alors que la fraction $2\frac{1}{3}$ vaut moins que 3.

d) Par exemple, la fraction $\frac{1}{10}$ a une plus petite valeur puisqu'elle vaut moins que $\frac{1}{2}$ alors que la fraction $\frac{7}{9}$ vaut plus que $\frac{1}{2}$.

e) Par exemple, la fraction $\frac{7}{8}$ a une plus petite valeur puisqu'elle est située entre 0 et 1, à une distance de $\frac{1}{8}$ de 1, alors que la fractiont $\frac{9}{10}$, qui est aussi située entre 0 et 1, est plus près de 1 puisqu'elle est à une distance de $\frac{1}{10}$ de 1.

f) Par exemple, la fraction $\frac{8}{9}$ a une plus petite valeur puisqu'elle vaut moins que 1 alors que la fraction $1\frac{2}{3}$ vaut plus que 1.

8. a) Par exemple, on doit déterminer lequel de deux groupes est le plus près d'atteindre le même objectif fixé lors d'une collecte de fonds, sachant que l'un des groupes a atteint $\frac{3}{5}$ de l'objectif et que l'autre a atteint $\frac{1}{2}$ de l'objectif.

b) Par exemple, on doit déterminer lequel de deux mets nécessite le temps de cuisson le plus long, sachant que l'un nécessite $2\frac{1}{2}$ heures alors que l'autre nécessite $2\frac{2}{3}$ heures.

9. Exemples

$\frac{2}{3} < \frac{5}{5} < \frac{8}{4}$

$\frac{4}{3} < \frac{10}{5} < \frac{12}{4}$

$\frac{1}{3} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

10. a) $\frac{7}{3}, \frac{8}{3}$

b) $\frac{9}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}$

c) Non puisque, par exemple, pour chaque nombre naturel autre que 0 et 1 que l'on utilise comme dénominateur d'une fraction, on peut trouver au moins un nombre naturel à utiliser comme valeur du numérateur pour faire en sorte que la fraction se situe entre 2 et 3. Il y a donc une infinité de fractions possibles.

Question ouverte

Comparaison de fractions

Question ouverte

- Crée six paires de fractions en tenant compte des restrictions suivantes :
  - le numérateur et le dénominateur de chaque fraction doivent être choisis parmi les nombres 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 16 et 20 (p. ex., $\frac{4}{6}$ et $\frac{10}{20}$);
  - certaines des douze fractions doivent être des fractions propres et d'autres, des fractions impropres;
  - dans certaines des paires de fractions, les deux fractions doivent avoir le même numérateur.

Indique, pour chaque paire de fractions créée, laquelle est la plus grande et explique comment tu le sais.

6 ÉBAUCHE mars 2011 © Marian Small, 2011 Fractions (9e année)

Fiche de réflexion

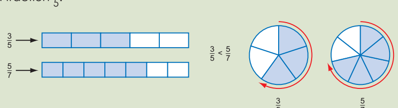
Comparaison de fractions *(Suite)*

Fiche de réflexion

Soit deux fractions sont égales, soit l'une est supérieure à l'autre. La comparaison de fractions peut se faire de différentes façons, notamment à l'aide de représentations concrètes ou semi-concrètes, de fractions exprimées sous une autre forme ou de nombres repères.

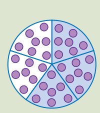
Représentations concrètes ou semi-concrètes

- Pour comparer, par exemple, les fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{7}$, on peut d'abord les représenter à l'aide d'un même modèle (concret ou semi-concret), puis on compare ces modèles. Par exemple, en représentant ces fractions à l'aide de bandes de fractions ou de diagrammes circulaires comme ci-dessous, on peut aisément voir dans un cas comme dans l'autre que la fraction $\frac{5}{7}$ est supérieure à la fraction $\frac{3}{5}$.



- On peut également utiliser une représentation concrète de ces fractions de façon à mettre en évidence une partie d'un ensemble. Par exemple, si l'on utilise un ensemble de 35 jetons, il est facile de représenter chaque fraction puisqu'on peut diviser les 35 jetons en sous-ensembles de 5 et de 7 jetons.

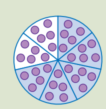
  Puisque $\frac{1}{5}$ des 35 jetons correspondent à 7 jetons, alors $\frac{3}{5}$ des 35 jetons correspondent à 21 jetons.



Fractions (9e année) © Marian Small, 2011 ÉBAUCHE mars 2011 7

Comparaison de fractions *(Suite)*

De même, puisque $\frac{1}{7}$ des 35 jetons correspondent à 5 jetons, alors $\frac{5}{7}$ des 35 jetons correspondent à 25 jetons.



Puisqu'il y a davantage de jetons dans le second sous-ensemble, on peut alors conclure que $\frac{5}{7} > \frac{3}{5}$.

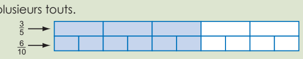
Fractions exprimées sous une autre forme

On peut aussi comparer deux fractions en les exprimant à l'aide de fractions équivalentes ou de nombres décimaux équivalents.

- **Fractions équivalentes**

  Deux fractions sont équivalentes, ou égales, si elles représentent la même partie d'un tout ou de plusieurs touts.

  Par exemple, $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.



  En comparant les représentations des fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{6}{10}$ ci-dessus, on constate que chaque fraction représente la même partie du tout. On constate aussi que chaque section de la première bande correspond à 2 sections de la seconde. Ainsi, la seconde bande contient 2 fois plus de sections que la première et 2 fois plus de ces sections sont ombrées. C'est comme si l'on multipliait le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{3}{5}$ par 2.

  On peut multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{3}{5}$ par n'importe quel nombre autre que 0 sans que ne soit modifié le rapport entre le nombre de sections ombrées et le nombre total de sections. Par exemple,

  – en multipliant par 3, on obtient $\frac{3}{5} = \frac{(3 \times 3)}{(3 \times 5)} = \frac{9}{15}$;

  – en multipliant par 10, on obtient $\frac{3}{5} = \frac{(10 \times 3)}{(10 \times 5)} = \frac{30}{50}$.

8 ÉBAUCHE mars 2011 © Marian Small, 2011 Fractions (9e année)

Comparaison de fractions

(*Suite*)

Afin de comparer deux fractions, on peut donc exprimer chacune d'elles à l'aide de fractions équivalentes ayant un **dénominateur commun** ou un **numérateur commun**. Dans le cas de fractions ayant un dénominateur commun, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur. Dans le cas de fractions ayant un numérateur commun, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

Par exemple, pour déterminer entre les fractions $\frac{5}{8}$ et $\frac{2}{3}$ laquelle est la plus grande, on peut exprimer chacune d'elles à l'aide de fractions équivalentes jusqu'à ce que l'on obtienne un dénominateur commun :

$\frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \mathbf{\frac{15}{24}}$

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = \mathbf{\frac{16}{24}}$

Les fractions $\frac{15}{24}$ et $\frac{16}{24}$ ont le même dénominateur. Puisque 16 > 15, alors $\frac{16}{24} > \frac{15}{24}$ et donc, $\frac{2}{3} > \frac{5}{8}$.

On peut aussi exprimer chacune de ces fractions à l'aide de fractions équivalentes de façon à obtenir un numérateur commun :

$\frac{5}{8} = \mathbf{\frac{10}{16}}$

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \mathbf{\frac{10}{15}}$

Les fractions $\frac{10}{16}$ et $\frac{10}{15}$ ont le même numérateur. Puisque 15 < 16, alors $\frac{10}{15} > \frac{10}{16}$, et donc, $\frac{2}{3} > \frac{5}{8}$. On peut aussi arriver à la même conclusion en considérant le fait que les quinzièmes représentent de plus grandes parties d'un tout que les seizièmes. Alors, 10 des plus grandes parties représentent une quantité supérieure à 10 des plus petites parties $\left(\frac{10}{15} > \frac{10}{16}\right)$.

- **Nombres décimaux**

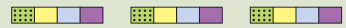
  On détermine le nombre décimal équivalent à une fraction en divisant le numérateur par le dénominateur. Par exemple,

  $\frac{2}{3} = 2 \div 3$ ou 0,6666…

Comparaison de fractions

(*Suite*)

Note : On peut expliquer le fait que $\frac{a}{b} = a \div b$ en associant la fraction $\frac{a}{b}$ à une situation de partage. Par exemple, on peut associer la fraction $\frac{3}{4}$ à une situation où l'on partage 3 tablettes de chocolat entre 4 personnes. Chaque personne aura alors $\frac{1}{4}$ de chaque tablette. Puisqu'il y a 3 tablettes à partager, chaque personne aura donc 3 fois $\frac{1}{4}$ de tablette, ou l'équivalent de $\frac{3}{4}$ d'une tablette.



Afin de comparer deux fractions, on peut choisir d'exprimer chacune à l'aide d'un nombre décimal équivalent puisqu'il est facile de placer les nombres décimaux en ordre de grandeur. Par exemple, pour déterminer entre les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$ laquelle est la plus grande, on peut d'abord déterminer que $\frac{2}{3} = 0{,}6666\ldots$ et que $\frac{4}{5} = 0{,}8$. Puisque 0,8 > 0,6666…, on peut conclure que $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$.

Nombres repères

On peut utiliser des nombres repères pour comparer des fractions. Par exemple, on peut parfois déterminer si une fraction est supérieure à une autre :

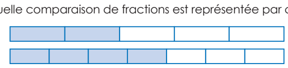
- en comparant chacune des fractions à 1 (p. ex., $\frac{17}{12} > 1$ et $\frac{3}{4} < 1$, donc $\frac{17}{12} > \frac{3}{4}$);
- en comparant chacune des fractions à $\frac{1}{2}$ [p. ex., $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}$ (puisque $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$) et $\frac{3}{10} < \frac{1}{2}$ (puisque $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$), donc $\frac{5}{6} > \frac{3}{10}$];
- en comparant chacune des fractions à un nombre naturel autre que 1 [p. ex., $\frac{11}{4} > 2$ (puisque $2 = \frac{8}{4}$) et $\frac{5}{3} < 2$ (puisque $2 = \frac{6}{3}$), alors $\frac{11}{4} > \frac{5}{3}$].

Comparaison de fractions

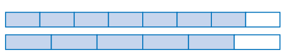
(*Suite*)

1. Quelle comparaison de fractions est représentée par chacun des modèles suivants?

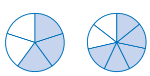
a)



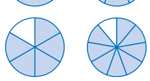
b)



c)



d)



2. Démontre à l'aide d'un dessin que les égalités suivantes sont vraies.

a) $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$

b) $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$

3. Explique ou démontre pourquoi la fraction $\frac{3}{8}$ n'est pas équivalente à la fraction $\frac{4}{9}$.

4. Quelle fraction est la plus grande? Justifie ta réponse.

a) $\frac{5}{9}$ ou $\frac{6}{9}$

b) $\frac{5}{9}$ ou $\frac{5}{11}$

Comparaison de fractions

(*Suite*)

5. Comment pourrais-tu exprimer l'une des fractions (ou les deux) sous une forme différente afin de faciliter leur comparaison? Explique pourquoi cela est utile.

a) $\frac{4}{5}$ et $\frac{6}{10}$

b) $\frac{4}{5}$ et $\frac{8}{15}$

c) $\frac{9}{8}$ et $\frac{14}{12}$

d) $\frac{8}{3}$ et $\frac{17}{6}$

6. a) Comment peut-on expliquer que $\frac{4}{9} = 4 \div 9$?

b) Quels nombres décimaux sont équivalents à $\frac{3}{7}$ et à $\frac{4}{9}$?

c) Comment peux-tu utiliser ces nombres décimaux pour comparer les fractions $\frac{3}{7}$ et $\frac{4}{9}$?

Comparaison de fractions (*Suite*)

7. Compare les paires de fractions suivantes sans les exprimer à l'aide de fractions équivalentes ou de nombres décimaux équivalents?

a) $\frac{8}{3}$ et $\frac{2}{5}$

b) $\frac{7}{3}$ et $\frac{17}{4}$

c) $2\frac{1}{3}$ et $3\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{10}$ et $\frac{7}{9}$

e) $\frac{7}{8}$ et $\frac{9}{10}$

f) $\frac{8}{9}$ et $1\frac{2}{3}$

8. Décris une situation qui fait appel à la comparaison des fractions suivantes.

a) $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{2}$

b) $2\frac{2}{3}$ et $2\frac{1}{2}$

9. Une fraction de dénominateur 5 est comprise entre une fraction de dénominateur 3 et une fraction de dénominateur 4. Énumère trois combinaisons de numérateurs possibles.

$\frac{\square}{3} < \frac{\square}{5} < \frac{\square}{4}$ $\frac{\square}{3} < \frac{\square}{5} < \frac{\square}{4}$ $\frac{\square}{3} < \frac{\square}{5} < \frac{\square}{4}$

10. a) Énumère toutes les fractions de dénominateur 3 qui sont comprises entre les nombres 2 et 3.

b) Énumère toutes les fractions de dénominateur 4 qui sont comprises entre les nombres 2 et 3.

c) Est-il possible d'énumérer toutes les fractions qui sont comprises entre les nombres 2 et 3? Justifie ta réponse.

Addition de fractions

Question ouverte

Matériel
- bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Pourquoi est-il facile d'additionner* $\frac{2}{5}$ *et* $\frac{2}{5}$*?* (Par exemple, parce qu'on additionne 2 cinquièmes à 2 cinquièmes, ce qui donne 4 cinquièmes ou $\frac{4}{5}$.)
◊ *Comment feriez-vous pour additionner* $\frac{3}{4}$ *et* $\frac{2}{3}$*?* (Par exemple, je représenterais l'opération à l'aide de bandes de fractions.) *Comment vous y prendriez-vous?* (Par exemple, j'utiliserais des bandes représentant des fractions qui sont équivalentes à $\frac{3}{4}$ et à $\frac{2}{3}$ et qui ont le même dénominateur. Ensuite, je dénombrerais les parties ombrées.)
◊ *Comment feriez-vous pour additionner* $\frac{2}{3}$ *et* $\frac{2}{3}$*?* (Par exemple, de la même façon que j'ai additionné $\frac{2}{5}$ et $\frac{2}{5}$.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression* $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ *est supérieure à* $\frac{1}{2}$*?* (Par exemple, je sais que $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ et que $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$. Donc, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent choisir quatre paires de fractions à additionner en tenant compte des restrictions données et expliquer, pour chaque paire, la stratégie utilisée afin de :
- prédire que la somme serait légèrement supérieure à 1;
- déterminer la somme;
- vérifier que la somme est véritablement légèrement supérieure à 1.

Certains élèves peuvent choisir de représenter les sommes à l'aide de modèles.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent estimer la somme de fractions;
- réalisent que si les deux fractions sont légèrement supérieures à $\frac{1}{2}$, leur somme sera légèrement supérieure à 1;
- réalisent que si l'une des fractions est $\frac{1}{2}$ et que l'autre est légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$, leur somme sera supérieure à 1;
- réalisent qu'elles et ils peuvent choisir une première fraction propre au hasard, puis déterminer la différence entre cette fraction et 1 et ajouter légèrement à cette différence pour obtenir la seconde fraction;
- réalisent qu'elles et ils peuvent choisir une première fraction très légèrement supérieure à 1, et choisir ensuite une seconde fraction très près de 0.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Si votre première fraction choisie était* $\frac{1}{2}$*, comment feriez-vous pour choisir la seconde?* (Par exemple, j'en choisirais une dont la valeur est légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$.) *Quelle pourrait être cette fraction et comment feriez-vous pour déterminer la somme des deux fractions?* (Par exemple, puisque le dénominateur de la seconde fraction doit être impair, je pourrais choisir $\frac{3}{5}$. Pour additionner $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{2}$, j'exprimerais chaque fraction en dixièmes, puis je compterais les dixièmes.)
◊ *Votre première fraction choisie pourrait-elle être supérieure à 1?* (Oui.) *Comment choisiriez-vous alors la seconde fraction?* (Par exemple, je choisirais une fraction très près de 0.)
◊ *Quelle stratégie avez-vous le plus souvent utilisée pour additionner vos fractions?* (Par exemple, j'ai le plus souvent utilisé des fractions équivalentes ayant un dénominateur commun.)

Solutions

Exemple 1 : $\frac{4}{7}$ et $\frac{1}{2}$

Je savais que la fraction $\frac{4}{7}$ était légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$, puisque $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$. Les septièmes étant plus grands que les huitièmes, alors $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$. Je savais alors qu'en ajoutant exactement $\frac{1}{2}$ à $\frac{4}{7}$, j'obtiendrais une somme légèrement supérieure à 1.

La somme des deux fractions est égale à $\frac{15}{14}$ ou à $1\frac{1}{14}$. J'ai déterminé cette somme en utilisant les fractions équivalentes $\frac{8}{14}$ et $\frac{7}{14}$.

La somme $1\frac{1}{14}$ est légèrement supérieure à 1 puisque $\frac{1}{14}$ est très près de 0.

Exemple 2 : $\frac{3}{5}$ et $\frac{12}{25}$

Je savais que la fraction $\frac{12}{25}$ était légèrement inférieure à $\frac{1}{2}$, et j'ai pensé que la fraction $\frac{3}{5}$ était suffisamment plus grande que $\frac{1}{2}$ pour que la somme soit supérieure à 1.

La somme des deux fractions est égale à $\frac{27}{25}$ ou à $1\frac{2}{25}$. J'ai déterminé cette somme en exprimant $\frac{3}{5}$ sous la forme de la fraction équivalente $\frac{15}{25}$.

La somme $1\frac{2}{25}$ est légèrement supérieure à 1 puisque la fraction $\frac{2}{25}$ est très petite.

Exemple 3 : $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{5}$

Puisque $\frac{5}{6}+ \frac{1}{6} = 1$ et que la fraction $\frac{1}{5}$ est légèrement supérieure à $\frac{1}{6}$, je savais que la somme de $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{5}$ serait légèrement supérieure à 1.

La somme des deux fractions est égale à $\frac{31}{30}$ ou à $1\frac{1}{30}$. J'ai déterminé la somme en utilisant le fait que $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ et que $\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$.

La somme ne dépasse 1 que par $\frac{1}{30}$.

Exemple 4 : $\frac{10}{9}$ et $\frac{1}{100}$

Je savais que la fraction $\frac{10}{9}$ était déjà légèrement supérieure à 1, mais puisque la fraction $\frac{1}{100}$ est très petite, je savais qu'en l'additionnant à $\frac{10}{9}$, j'obtiendrais une somme près de 1.

La somme des deux fractions est égale à $1\frac{109}{900}$. J'ai exprimé la fraction $\frac{10}{9}$ sous la forme $1 + \frac{1}{9}$. J'ai ensuite exprimé les fractions $\frac{1}{9}$ et $\frac{1}{100}$ à l'aide de fractions équivalentes ayant 900 comme dénominateur. J'ai alors obtenu $\frac{100}{900} + \frac{9}{900} = \frac{109}{900}$. Comme il restait encore l'entier, j'ai conclu que la somme était égale à $1\frac{109}{900}$.

La somme $1\frac{109}{900}$ reste légèrement supérieure à 1 puisque $\frac{109}{900}$ est près de $\frac{100}{900}$ ou $\frac{1}{9}$, ce qui n'est pas beaucoup plus que 0.

Fiche de réflexion

Matériel
- bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Pourquoi est-il facile d'additionner $\frac{2}{5}$ et $\frac{2}{5}$?* (Par exemple, parce qu'on additionne 2 cinquièmes à 2 cinquièmes, ce qui donne 4 cinquièmes ou $\frac{4}{5}$.)

◊ *Comment feriez-vous pour additionner $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$?* (Par exemple, je représenterais l'opération à l'aide de bandes de fractions.) *Comment vous y prendriez-vous?* (Par exemple, j'utiliserais des bandes représentant des fractions qui sont équivalentes à $\frac{3}{4}$ et à $\frac{2}{3}$ et qui ont le même dénominateur. Ensuite, je dénombrerais les parties ombrées.)

◊ *Comment feriez-vous pour additionner $\frac{2}{3}$ et $\frac{2}{3}$?* (Par exemple, de la même façon que j'ai additionné $\frac{2}{5}$ et $\frac{2}{5}$.)

◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ est supérieure à $\frac{1}{2}$?* (Par exemple, je sais que $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ et que $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$. Donc, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- utilisent des modèles appropriés pour représenter l'addition de fractions;
- peuvent additionner des fractions, qu'elles aient le même dénominateur ou non;
- peuvent estimer la somme de fractions;
- déterminent la somme de nombres fractionnaires en additionnant séparément les nombres entiers et les fractions qui les composent;
- peuvent associer une situation à une addition de fractions et vice versa;
- comprennent pourquoi on ne peut déterminer la somme de deux fractions en additionnant les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Quelles stratégies différentes pourriez-vous utiliser pour additionner $\frac{1}{6}$ et $\frac{7}{8}$?* (Par exemple, je pourrais utiliser des bandes de fractions, des grilles ou des fractions équivalentes.)

◊ *Comment pouvez-vous savoir que la somme de $\frac{1}{6}$ et $\frac{7}{8}$ est légèrement supérieure à 1?* (Par exemple, si l'on additionne $\frac{1}{8}$ et $\frac{7}{8}$, on obtient 1. Or, la fraction $\frac{1}{6}$ est légèrement supérieure à $\frac{1}{8}$. Donc, la somme de $\frac{1}{6}$ et $\frac{7}{8}$ doit être légèrement supérieure à 1.)

◊ *Quelles seraient les dimensions de la grille que vous utiliseriez pour représenter l'addition de ces deux fractions?* (Par exemple, une grille dont les dimensions sont 6 sur 8.) *Comment l'utiliseriez-vous?* (Par exemple, je placerais des jetons d'une couleur dans 7 des 8 colonnes. Puis, je placerais des jetons d'une autre couleur dans 1 des 6 rangées. Ensuite, je déplacerais tous les jetons qui sont en double dans une case. J'aurais probablement besoin d'une seconde grille.)

◊ *Si vous utilisiez des fractions équivalentes, quel dénominateur choisiriez-vous?* (Par exemple, je choisirais le dénominateur 24, puisque les huitièmes et les sixièmes peuvent être exprimés en vingt-quatrièmes.)

Solutions

1. **a)** Par exemple, un tout est représenté par une grille composée de 3 rangées et de 5 colonnes. Chaque rangée correspond à la fraction $\frac{1}{3}$ et chaque colonne correspond à la fraction $\frac{1}{5}$. La fraction $\frac{4}{3}$ est représentée par des jetons placés dans 4 rangées et la fraction $\frac{1}{5}$ est représentée par des jetons placés dans 1 colonne.

b) $\frac{23}{15}$ ou $1\frac{8}{15}$

2. **a)** $\frac{2}{5} + \frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{8}$

d) $\frac{3}{8} + \frac{1}{3}$

e) $\frac{9}{5} + \frac{4}{3}$

3. **a)** Supérieure à 1

b) Inférieure à 1

c) Supérieure à 1

d) Supérieure à 1

4. **a)** $\frac{9}{8}$ ou $1\frac{1}{8}$

b) $\frac{7}{5}$ ou $1\frac{2}{5}$

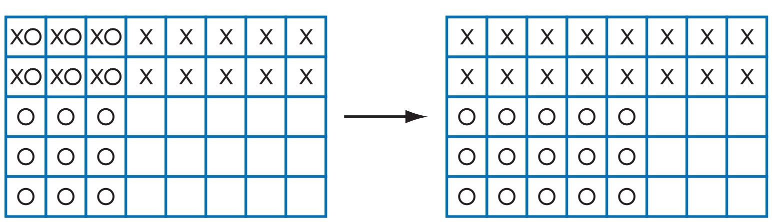
c) $\frac{31}{40}$

d) $\frac{22}{15}$ ou $1\frac{7}{15}$

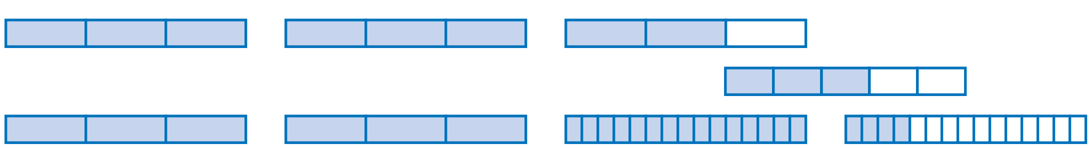
e) $\frac{49}{15}$ ou $3\frac{4}{15}$

f) $4\frac{4}{15}$

Modèle pour la question c) :



Modèle pour la question e) :



5. a) Par exemple, 3 et 9 puisqu'on aurait pu changer les tiers en neuvièmes pour les regrouper avec les autres neuvièmes.

b) p. ex., 9 et 9

6. a) p. ex., $\frac{4}{8} + \frac{1}{4}$

b) p. ex., $\frac{6}{6} + \frac{1}{2}$

7. a) Par exemple, puisque $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$ et que les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$ sont supérieures à $\frac{1}{2}$, alors $1\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} > 3$.

b) $3\frac{5}{12}$ tasses

8. Par exemple, un boulanger a utilisé $\frac{2}{3}$ d'une tasse de sucre pour faire un gâteau, et $\frac{3}{4}$ d'une tasse de sucre pour faire des biscuits. Quelle quantité de sucre a-t-il utilisée? Réponse : $1\frac{5}{12}$ tasse

9. a) $\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{62}{63}$

b) $\frac{9}{3} + \frac{7}{5} = \frac{66}{15}$

10. a) Oui.

b) Par exemple, on peut toujours obtenir des fractions équivalentes ayant un dénominateur commun en multipliant le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre fraction. C'est ce qu'a fait Kyle. Une fois que les dénominateurs sont les mêmes, il suffit d'additionner les numérateurs.

11. Par exemple, j'utiliserais un exemple comme $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$. En additionnant les numérateurs et les dénominateurs entre eux, on obtient $\frac{5}{7}$, soit une valeur qui est inférieure à 1. Or, puisque les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$ sont supérieures à $\frac{1}{2}$, je sais que leur somme doit être supérieure à 1.

Question ouverte

Addition de fractions

Question ouverte

- Choisis deux fractions non équivalentes en tenant compte des restrictions suivantes :
  - les dénominateurs sont différents;
  - au moins un des dénominateurs est un nombre impair;
  - la somme des deux fractions est légèrement supérieure à 1.

  Explique comment tu as fait pour prédire que la somme serait légèrement supérieure à 1.

  Détermine la somme et explique ta démarche.

  Vérifie que la somme est légèrement supérieure à 1.

- Répète l'activité précédente trois fois en utilisant des paires de fractions différentes.

Fiche de réflexion

Addition de fractions (*Suite*)

Fiche de réflexion

Additionner des fractions revient à les regrouper en une seule fraction, qu'il s'agisse de fractions ayant un dénominateur commun, de fractions ayant des dénominateurs différents, de fractions impropres ou de nombres fractionnaires.

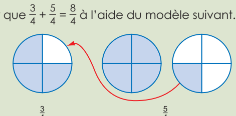
Fractions ayant un dénominateur commun

- Pour additionner des fractions ayant un dénominateur commun, il suffit de compter.

  Par exemple, pour additionner les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{4}$, il suffit de considérer que l'on cherche à déterminer la somme de 3 quarts et de 5 quarts. En comptant les quarts, on obtient 8 quarts. Donc $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4}$ ou 2.

  Il est à noter que l'on a regroupé les numérateurs, et pas les dénominateurs, parce que l'on comptait des quarts. Si l'on avait regroupé les dénominateurs, on aurait obtenu des huitièmes plutôt que des quarts.

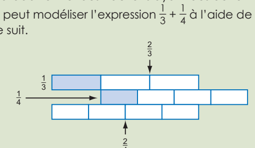
  On peut démontrer que $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4}$ à l'aide du modèle suivant.



  De plus, en regroupant le $\frac{1}{4}$ ombré du troisième cercle avec les $\frac{3}{4}$ ombrés du premier cercle, on obtient 2 touts ombrés, ce qui démontre que $\frac{8}{4} = 2$.

Fractions ayant des dénominateurs différents

- Il est plus difficile d'additionner des fractions ayant des dénominateurs différents. Par exemple, on peut modéliser l'expression $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ à l'aide de bandes de fractions comme suit.



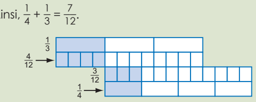
Addition de fractions (*Suite*)

Au mieux, cette représentation permet de constater que la longueur totale des 2 bandes ombrées est inférieure à $\frac{2}{3}$, mais supérieure à $\frac{2}{4}$.

Il serait beaucoup plus simple d'additionner ces deux fractions si elles avaient le même dénominateur.

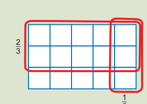
On peut créer des fractions équivalentes à $\frac{1}{3}$ et à $\frac{1}{4}$ qui ont un dénominateur commun. Ce dénominateur doit être un multiple de 3 et de 4; le nombre 12 est donc une possibilité, puisque 3 × 4 = 12.

Étant donné que $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ et que $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, alors $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$. Cette dernière expression représente la somme de 4 douzièmes et de 3 douzièmes, soit 7 douzièmes. Ainsi, $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$.



Note : Dans ce modèle, chacun des 7 petits rectangles ombrés correspond à $\frac{1}{12}$ du tout représenté par une bande.

- On peut aussi modéliser l'addition de fractions à l'aide d'une grille. Par exemple, pour modéliser l'expression $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$, on peut construire une grille dont les dimensions sont 3 sur 5 de façon à représenter des tiers et des cinquièmes. La fraction $\frac{2}{3}$ correspond alors à 2 des 3 rangées et la fraction $\frac{1}{5}$ correspond à 1 des 5 colonnes.

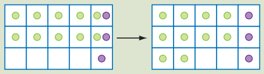


On représente la fraction $\frac{2}{3}$ en plaçant des jetons d'une même couleur dans chacune des cases de 2 rangées et on représente la fraction $\frac{1}{5}$ en plaçant des jetons d'une autre couleur dans chacune des cases de 1 colonne.

Addition de fractions
(Suite)

On déplace ensuite certains jetons dans les cases vides de la grille de façon que chaque case contienne au plus un jeton.

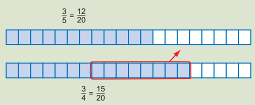
Puisque $\frac{13}{15}$ des cases de la grille sont alors remplies, on peut conclure que $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$, ce qui est logique puisque $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ et que $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$.



- La somme de deux fractions est parfois supérieure à 1.

  Par exemple, pour additionner les fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{4}$, on peut utiliser 20 comme dénominateur commun. On a donc $\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{12}{20} + \frac{15}{20} = \frac{27}{20}$ ou $1\frac{7}{20}$.

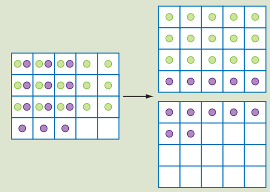
  On peut démontrer que $\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = 1\frac{7}{20}$ à l'aide de bandes de fractions comme suit.



On déplace $\frac{8}{20}$ des rectangles de la seconde bande vers la première bande pour compléter 1 tout. Il reste alors $\frac{7}{20}$ des rectangles sur la seconde bande.

Addition de fractions
(Suite)

On peut aussi démontrer que $\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = 1\frac{7}{20}$ à l'aide de grilles dont les dimensions sont 4 sur 5. La fraction $\frac{3}{5}$ ou $\frac{12}{20}$ est représentée par les jetons foncés et la fraction $\frac{3}{4}$ ou $\frac{15}{20}$ est représentée par les jetons pâles. On déplace certains jetons dans les cases vides de façon que chaque case contienne au plus un jeton. On remplit ainsi toutes les cases d'une grille, ce qui donne 1 tout, et il reste 7 jetons dans les cases d'une seconde grille.



Fractions impropres

On peut additionner des fractions impropres en utilisant des modèles ou des fractions équivalentes ayant un dénominateur commun.

Par exemple, $\frac{9}{2} + \frac{5}{3} = \frac{27}{6} + \frac{10}{6} = \frac{37}{6} = 6\frac{1}{6}$.

On peut vérifier la vraisemblance de ce résultat en considérant que $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$, que $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ et que la valeur de $4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$ est près de 4 + 2 ou de 6.

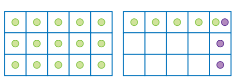
Nombres fractionnaires

Pour additionner des nombres fractionnaires, on peut additionner séparément les nombres entiers et les fractions qui les composent.

Par exemple, $2\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} = 5\frac{13}{12} = 6\frac{1}{12}$.

Addition de fractions
(Suite)

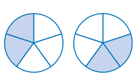
1. a) De quelle façon ce modèle représente-t-il l'expression $\frac{4}{3} + \frac{1}{5}$?



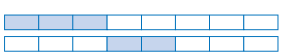
b) Détermine la somme.

2. Quelle addition de fractions est représentée par chacun des modèles suivants?

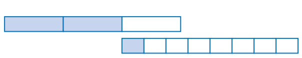
a)



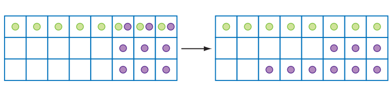
b)



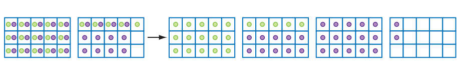
c)



d)



e)



Addition de fractions
(Suite)

3. Estime dans chaque cas si la somme est supérieure à 1 ou inférieure à 1. Indique ta réponse en encerclant l'énoncé approprié.

a)	$\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$	Supérieure à 1	Inférieure à 1
b)	$\frac{2}{7} + \frac{2}{5}$	Supérieure à 1	Inférieure à 1
c)	$\frac{3}{8} + \frac{3}{4}$	Supérieure à 1	Inférieure à 1
d)	$\frac{7}{10} + \frac{3}{5}$	Supérieure à 1	Inférieure à 1

4. Détermine chacune des sommes suivantes. Représente les additions données aux questions c) et e) à l'aide du modèle de ton choix.

a) $\frac{2}{8} + \frac{7}{8}$ **b)** $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8}$ **d)** $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

e) $\frac{8}{3} + \frac{3}{5}$ **f)** $2\frac{3}{5} + 1\frac{2}{3}$

5. La somme de deux fractions est égale à $\frac{14}{9}$.

a) Quels peuvent être les dénominateurs de ces fractions? Justifie ta réponse.

b) Donne une autre paire de dénominateurs possibles.

Addition de fractions (*Suite*)

6. Inscris un nombre dans chacune des cases de façon à rendre l'égalité vraie.

a) $\frac{\square}{8} + \frac{\square}{\square} = \frac{3}{4}$ **b)** $\frac{\square}{6} + \frac{\square}{\square} = \frac{3}{2}$

7. Lisa a utilisé $1\frac{2}{3}$ tasse de farine pour faire des biscuits et $1\frac{3}{4}$ tasse de farine pour faire un gâteau.

a) Comment sais-tu qu'elle a utilisé plus de 3 tasses de farine pour ces deux recettes?

b) Quelle quantité de farine a-t-elle utilisée?

8. Rédige un problème que l'on pourrait résoudre en additionnant $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, puis résous-le.

9. a) Inscris les chiffres 3, 5, 7 et 9 dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit la plus petite possible.

$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$

b) Inscris ces mêmes chiffres dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit la plus grande possible.

$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$

Addition de fractions (*Suite*)

10. Kyle affirme que si l'on additionne deux fractions, on obtient le dénominateur de la somme en multipliant les dénominateurs de chacune des fractions entre eux, et on obtient le numérateur de la somme en multipliant chaque numérateur par le dénominateur de l'autre fraction, puis en additionnant ces deux résultats. Par exemple, si l'on additionne les fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{8}$, le dénominateur de la somme est égal à 5×8 et le numérateur est égal à $(3 \times 8) + (7 \times 5)$.

a) Es-tu d'accord?

b) Justifie ta réponse.

11. Comment expliquerais-tu le fait qu'additionner deux fractions ne revient pas à additionner les numérateurs et les dénominateurs entre eux?

Soustraction de fractions

Question ouverte

Matériel
- bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Comment feriez-vous pour soustraire $\frac{2}{6}$ de $\frac{5}{6}$?* (Par exemple, je partirais de $\frac{2}{6}$ et je compterais les sixièmes qu'il me manque pour arriver à $\frac{5}{6}$.)
◊ *Comment feriez-vous pour soustraire $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$?* (Par exemple, je représenterais la soustraction à l'aide de bandes de fractions.) *Comment vous y prendriez-vous?* (Par exemple, j'utiliserais des bandes représentant des fractions qui sont équivalentes à $\frac{3}{4}$ et à $\frac{2}{3}$ et qui ont le même dénominateur. Ensuite, je déterminerais combien de sections sont ombrées en plus dans la bande représentant la fraction équivalente à $\frac{3}{4}$ que dans celle représentant la fraction équivalente à $\frac{2}{3}$.)
◊ *Comment feriez-vous pour soustraire $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{3}$?* (Par exemple, de la même façon que j'ai soustrait $\frac{2}{6}$ de $\frac{5}{6}$.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{7}{8} - \frac{3}{9}$ est près de $\frac{1}{2}$?* (Par exemple, je sais que $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ et que $\frac{3}{9}$ est près de $\frac{3}{8}$. La valeur de l'expression $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ doit donc être près de $\frac{1}{2}$.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent choisir quatre paires de fractions à soustraire en tenant compte des restrictions données et expliquer, pour chaque paire, la stratégie utilisée afin de :
- prédire que la différence serait près de 1;
- déterminer la différence;
- vérifier que la différence est véritablement près de 1.

Certains élèves peuvent choisir de représenter les différences à l'aide de modèles.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent estimer la différence entre des fractions;
- réalisent que si l'une des fractions est près de 1, l'autre doit être près de 0;
- réalisent que la fraction de laquelle on soustrait ne peut pas être trop inférieure à 1;
- réalisent qu'elles et ils ne peuvent pas utiliser des fractions impropres dont les nombres fractionnaires équivalents sont tels que la différence entre les nombres entiers qui les composent est supérieure à 2.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Si votre première fraction choisie était $\frac{5}{4}$, comment feriez-vous pour choisir la seconde?* (Par exemple, j'en choisirais une dont la valeur est près de $\frac{1}{4}$, puisque $\frac{5}{4}$ vaut $\frac{1}{4}$ de plus que 1.) *Quelle pourrait être cette fraction et comment feriez-vous pour déterminer la différence entre les deux fractions?* (Par exemple, puisque le dénominateur de la seconde fraction doit être impair, je pourrais choisir $\frac{1}{5}$. Pour soustraire $\frac{1}{5}$ de $\frac{5}{4}$, j'utiliserais des nombres décimaux équivalents.)
◊ *Votre première fraction choisie pourrait-elle être supérieure à 3?* (Oui.) *Comment choisiriez-vous alors la seconde fraction?* (Par exemple, je choisirais une fraction près de 2.)
◊ *Quelle stratégie avez-vous le plus souvent utilisée pour soustraire vos fractions?* (Par exemple, j'ai le plus souvent utilisé des fractions équivalentes ayant un dénominateur commun.)

Solutions

Exemple 1 : $\frac{7}{5}$ et $\frac{1}{2}$

Puisque la fraction $\frac{7}{5}$ vaut $\frac{2}{5}$ de plus que 1, j'ai cherché à soustraire un peu plus que $\frac{2}{5}$. J'ai alors choisi la fraction $\frac{1}{2}$ parce qu'elle équivaut à $2\frac{1}{2}$ cinquièmes.

La différence entre les fractions est égale à $\frac{9}{10}$. J'ai déterminé cette différence en utilisant les fractions équivalentes $\frac{14}{10}$ et $\frac{5}{10}$.

Puisque $\frac{9}{10}$ vaut presque $\frac{10}{10}$, alors $\frac{9}{10}$ est près de 1.

Exemple 2 : $\frac{24}{25}$ et $\frac{1}{100}$

Puisque la fraction $\frac{24}{25}$ vaut presque 1 et que la fraction $\frac{1}{100}$ n'a pas une très grande valeur, je savais que la différence serait près de 1.

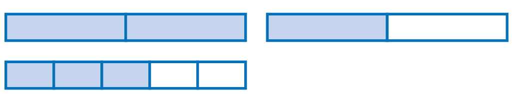
La différence entre les fractions est égale à $\frac{95}{100}$. J'ai déterminé cette différence en utilisant le fait que $\frac{24}{25} = \frac{96}{100}$.

Puisque $\frac{95}{100}$ vaut presque $\frac{100}{100}$, alors $\frac{95}{100}$ est près de 1.

Exemple 3 : $\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{5}$

Puisque $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, il me fallait soustraire une fraction qui est près de $\frac{1}{2}$. C'est pourquoi j'ai choisi la fraction $\frac{3}{5}$.

La différence entre les fractions est égale à $\frac{9}{10}$. J'ai déterminé cette différence en utilisant des bandes de fractions. J'ai remarqué qu'il restait $\frac{2}{5}$ sur la première bande et $\frac{1}{2}$ sur la seconde. Or, je sais que $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$.

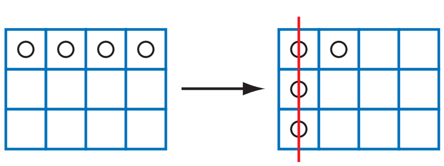


Puisque la fraction $\frac{9}{10}$ représente presque un tout, elle est donc près de 1.

Exemple 4 : $2\frac{1}{3}$ et $1\frac{1}{4}$

Puisque $2\frac{1}{3}$ est légèrement supérieur à 2 et que $1\frac{1}{4}$ est légèrement supérieur à 1, je savais que leur différence serait près de 1.

La différence entre les fractions est égale à $1\frac{1}{12}$. Afin de déterminer cette différence, j'ai soustrait les nombres entiers, puis les fractions. Pour ces dernières, j'ai utilisé une grille.



La différence $1\frac{1}{12}$ est près de 1 puisque $\frac{1}{12}$ est très près de 0.

Fiche de réflexion

Matériel
- bandes de fractions ou autre matériel représentant des fractions
- grilles et jetons

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Comment feriez-vous pour soustraire $\frac{2}{6}$ de $\frac{5}{6}$?* (Par exemple, je partirais de $\frac{2}{6}$ et je compterais les sixièmes qu'il me manque pour arriver à $\frac{5}{6}$.)
◊ *Comment feriez-vous pour soustraire $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$?* (Par exemple, je représenterais la soustraction à l'aide de bandes de fractions.) *Comment vous y prendriez-vous?* (Par exemple, j'utiliserais des bandes représentant des fractions qui sont équivalentes à $\frac{3}{4}$ et à $\frac{2}{3}$ et qui ont le même dénominateur. Ensuite, je déterminerais combien de sections sont ombrées en plus dans la bande représentant la fraction équivalente à $\frac{3}{4}$ que dans celle représentant la fraction équivalente à $\frac{2}{3}$.)
◊ *Comment feriez-vous pour soustraire $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{3}$?* (Par exemple, de la même façon que j'ai soustrait $\frac{2}{6}$ de $\frac{5}{6}$.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{7}{8} - \frac{3}{9}$ est près de $\frac{1}{2}$?* (Par exemple, je sais que $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ et que $\frac{3}{9}$ est près de $\frac{3}{8}$. La valeur de l'expression $\frac{7}{8} - \frac{3}{9}$ doit donc être près de $\frac{1}{2}$.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- utilisent des modèles appropriés pour représenter la soustraction de fractions;
- peuvent soustraire des fractions, qu'elles aient le même dénominateur ou non;
- peuvent estimer la différence entre des fractions;
- déterminent la différence entre deux nombres fractionnaires en soustrayant séparément les nombres entiers et les fractions qui les composent;
- peuvent associer une situation à une soustraction de fractions et vice-versa;
- comprennent pourquoi on ne peut déterminer la différence entre deux fractions en soustrayant les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Quelles stratégies différentes pourriez-vous utiliser pour soustraire $\frac{1}{6}$ de $\frac{7}{8}$?* (Par exemple, je pourrais utiliser des bandes de fractions, des grilles ou des fractions équivalentes.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{7}{8} - \frac{1}{6}$ est légèrement inférieure à $\frac{3}{4}$?* (Par exemple, si l'on soustrait $\frac{1}{8}$ de $\frac{7}{8}$, on obtient $\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$. Or, la fraction $\frac{1}{6}$ est légèrement supérieure à la fraction $\frac{1}{8}$. Donc, la valeur de l'expression $\frac{7}{8} - \frac{1}{6}$ doit être légèrement inférieure à $\frac{3}{4}$.)
◊ *Quelles seraient les dimensions de la grille que vous utiliseriez pour représenter la soustraction de ces deux fractions?* (Par exemple, une grille dont les dimensions sont 6 sur 8.) *Comment l'utiliseriez-vous?* (Par exemple, je placerais des jetons dans 7 des 8 colonnes. Je déplacerais ensuite 1 des jetons de façon à remplir une rangée, puis j'enlèverais tous les jetons de cette rangée.)
◊ *Si vous utilisiez des fractions équivalentes, quel dénominateur choisiriez-vous?* (Par exemple, je choisirais le dénominateur 24, puisque les huitièmes et les sixièmes peuvent être exprimés en vingt-quatrièmes.)

Solutions

1. **a)** Par exemple, chaque rangée correspond à $\frac{1}{3}$ de la grille et chaque colonne correspond à $\frac{1}{5}$ de la grille. On a placé des jetons dans 4 rangées ($\frac{4}{3}$) et retiré les jetons de 1 colonne ($\frac{1}{5}$).

   b) $1\frac{2}{15}$

2. **a)** $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

   b) $\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$

   c) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

   d) $\frac{5}{6} - \frac{2}{5}$

   e) $\frac{8}{3} - \frac{3}{5}$

3. **a)** Plus près de $\frac{1}{2}$

   b) Plus près de 1

   c) Plus près de $\frac{1}{2}$

   d) Plus près de $\frac{1}{2}$

4. **a)** $\frac{6}{5}$ ou $1\frac{1}{5}$

   b) $\frac{5}{24}$

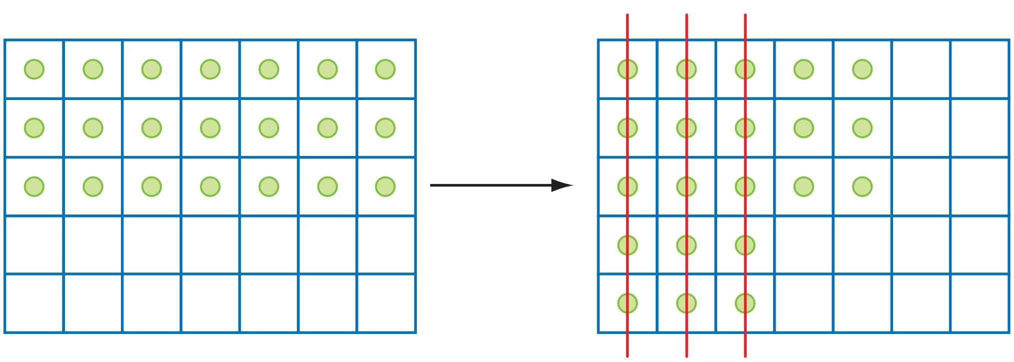
   c) $\frac{6}{35}$

   d) $\frac{17}{12}$ ou $1\frac{5}{12}$

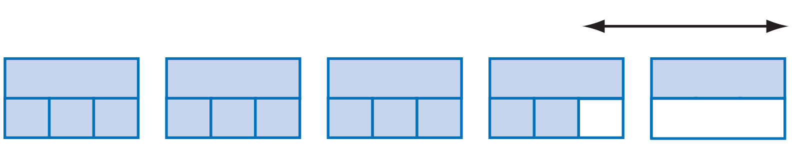
   e) $\frac{4}{3}$ ou $1\frac{1}{3}$

   f) $\frac{93}{40}$ ou $2\frac{13}{40}$

   Modèle pour la question c) :



   Modèle pour la question e) :



5. a) Par exemple, 4 et 3, puisque les quarts et les tiers peuvent être exprimés sous forme de douzièmes.

b) p. ex., 12 et 2

6. a) p. ex., $\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$

b) p. ex., $\frac{17}{12} - \frac{1}{12}$

7. a) p. ex., environ 1 tasse

b) $1\frac{1}{3}$ tasse

8. Par exemple, j'avais $3\frac{1}{3}$ tasses de farine et j'en ai utilisé $1\frac{1}{2}$ tasse pour un gâteau. Quelle quantité de farine me reste-t-il?
Réponse : $1\frac{5}{6}$ tasse

9. a) p. ex., $3\frac{7}{9} - 2\frac{5}{6}$

b) p. ex., $9\frac{6}{7} - 3\frac{2}{5}$

10. a) Oui.

b) Par exemple, on peut toujours obtenir des fractions équivalentes ayant un dénominateur commun en multipliant le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre fraction. C'est ce qu'a fait Nina. Une fois que les dénominateurs sont les mêmes, il suffit de soustraire les numérateurs.

11. Par exemple, j'utiliserais un exemple comme $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$. En soustrayant les numérateurs et les dénominateurs entre eux, on obtient $\frac{1}{1}$ ou 1, et je sais que cela n'est pas correct puisque la différence entre les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$ est nécessairement inférieure à 1.

Question ouverte

Soustraction de fractions

Question ouverte

- Choisis deux fractions ou nombres fractionnaires en tenant compte des restrictions suivantes :
  - les dénominateurs sont différents;
  - au moins un des dénominateurs est un nombre impair;
  - la différence entre les deux fractions est près de 1, mais n'est pas exactement égale à 1.

  Explique comment tu as fait pour prédire que la différence serait près de 1.

  Détermine la différence et explique ta démarche.

  Vérifie que la différence est près de 1.

- Répète l'activité précédente trois fois en utilisant des paires de fractions différentes.

Fiche de réflexion

Soustraction de fractions (*Suite*)

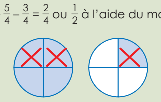
Fiche de réflexion

Soustraire implique un retrait, une comparaison ou la recherche d'un nombre à additionner.

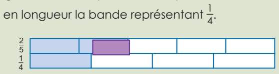
- Pour soustraire des fractions ayant un **dénominateur commun**, il suffit de compter.

  Par exemple, l'expression $\frac{5}{4} - \frac{3}{4}$ se lit 5 quarts moins 3 quarts. En retirant 3 quarts de 5 quarts, il reste 2 quarts, donc $\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$. On a soustrait les numérateurs parce que l'on comptait des quarts.

  On peut démontrer que $\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ à l'aide du modèle suivant.



- La soustraction de fractions ayant des **dénominateurs différents** requiert un plus grand nombre d'étapes. Par exemple, on peut modéliser la soustraction des fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{4}$ à l'aide de bandes de fractions. La différence est représentée par le rectangle foncé correspondant à la partie de la bande représentant $\frac{2}{5}$ qui dépasse en longueur la bande représentant $\frac{1}{4}$.

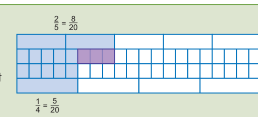


  Il est difficile de déterminer la longueur exacte de ce rectangle simplement en observant le modèle.

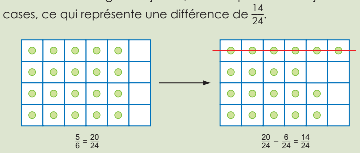
  On peut toutefois créer des fractions équivalentes à $\frac{2}{5}$ et à $\frac{1}{4}$ qui ont un dénominateur commun. Ce dénominateur doit être un multiple de 5 et de 4; le nombre 20 est donc une possibilité puisque 5 × 4 = 20.

Soustraction de fractions (*Suite*)

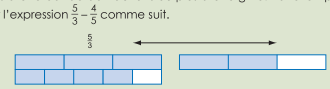
Étant donné que $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ et que $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$, on soustraie 5 vingtièmes de 8 vingtièmes, ce qui donne 3 vingtièmes $\left(\frac{3}{20}\right)$. En représentant cette situation à l'aide du modèle ci-contre, on voit qu'il reste 3 petits rectangles foncés, chacun représentant un vingtième. On a donc $\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$.



- On peut aussi modéliser la soustraction de fractions à l'aide d'une grille. Par exemple, pour modéliser l'expression $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$ on peut construire une grille dont les dimensions sont 4 sur 6 de façon à représenter des quarts et des sixièmes. La fraction $\frac{5}{6}$ correspond alors à 5 des 6 colonnes et la fraction $\frac{1}{4}$ correspond à 1 des 4 rangées. On représente la fraction $\frac{5}{6}$ à l'aide de jetons, puis on les replace de façon à avoir une rangée complète de jetons représentant $\frac{1}{4}$ du tout. En retirant cette rangée de jetons, on voit qu'il reste des jetons dans 14 des 24 cases, ce qui représente une différence de $\frac{14}{24}$.

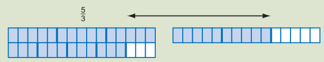


- Si l'une des fractions est supérieure à 1 (p. ex., **fraction impropre**), on doit alors utiliser plus d'une bande de fractions ou plus d'une grille. Par exemple, on peut modéliser l'expression $\frac{5}{3} - \frac{4}{5}$ comme suit.

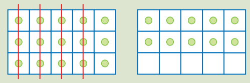


Soustraction de fractions *(Suite)*

Il serait utile de déterminer des fractions équivalentes en quinzièmes.
Puisque $\frac{5}{3} = \frac{25}{15}$ et que $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$, on a alors $\frac{25}{15} - \frac{12}{15} = \frac{13}{15}$.

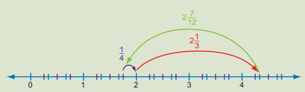


On peut aussi modéliser l'expression $\frac{5}{3} - \frac{4}{5}$ à l'aide de grilles dont les dimensions sont 3 sur 5. On place des jetons dans chacune des cases de 5 rangées pour représenter la fraction $\frac{5}{3}$. On retire ensuite les jetons de 4 colonnes puisque ces jetons représentent la fraction $\frac{4}{5}$. Il reste 13 jetons, soit l'équivalent de $\frac{13}{15}$ d'une grille.



- Pour soustraire des **nombres fractionnaires**, on peut procéder par addition.

  Par exemple, pour déterminer la valeur de $4\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4}$, si l'on additionne $\frac{1}{4}$ à $1\frac{3}{4}$, on obtient 2. Et si l'on additionne $2\frac{1}{3}$ à 2, on obtient $4\frac{1}{3}$. Puisque $\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} = 2\frac{7}{12}$, on sait qu'il faut additionner $2\frac{7}{12}$ à $1\frac{3}{4}$ pour obtenir $4\frac{1}{3}$. Ainsi, $4\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4} = 2\frac{7}{12}$.

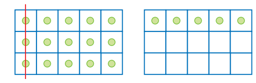


Puisque $\frac{1}{3} < \frac{3}{4}$, on pourrait choisir d'exprimer d'abord $4\frac{1}{3}$ sous la forme $3\frac{4}{3}$.
On aurait alors $4\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4} = 3\frac{4}{3} - 1\frac{3}{4}$. On pourrait ensuite résoudre cette expression en soustrayant séparément les nombres entiers et les fractions.

$$\begin{array}{rcl} 4\frac{1}{3} & = & 3\frac{4}{3} \\ -1\frac{3}{4} & = & \underline{1\frac{3}{4}} \\ & & 2\frac{7}{12} \end{array} \qquad \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{16}{12} - \frac{9}{12}$$

Soustraction de fractions *(Suite)*

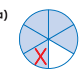
1. a) De quelle façon ce modèle représente-t-il l'expression $\frac{4}{3} - \frac{1}{5}$?



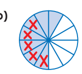
b) Détermine la différence.

2. Quelle soustraction de fractions est représentée par chacun des modèles suivants?

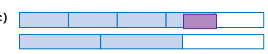
a)



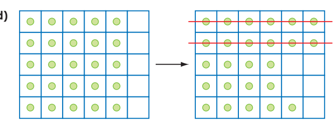
b)



c)

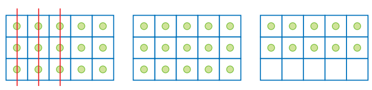


d)



Soustraction de fractions *(Suite)*

e)



3. Estime dans chaque cas si la différence est plus près de $\frac{1}{2}$ ou plus près de 1. Indique ta réponse en encerclant l'énoncé approprié.

a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

b) $\frac{7}{3} - \frac{7}{5}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

d) $\frac{8}{5} - \frac{7}{6}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

4. Détermine chacune des différences suivantes. Représente les soustractions données aux questions c) et e) à l'aide du modèle de ton choix.

a) $\frac{9}{5} - \frac{3}{5}$ **b)** $\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{5} - \frac{3}{7}$ **d)** $\frac{11}{3} - \frac{9}{4}$

e) $5 - 3\frac{2}{3}$ **f)** $4\frac{1}{5} - 1\frac{7}{8}$

5. La différence entre deux fractions est égale à $\frac{11}{12}$.

a) Quels peuvent être les dénominateurs de ces fractions? Justifie ta réponse.

b) Donne une autre paire de dénominateurs possibles.

Soustraction de fractions *(Suite)*

6. Inscris un nombre dans chacune des cases de façon à rendre l'égalité vraie.

a) $\frac{\square}{3} - \frac{\square}{\square} = \frac{5}{6}$ **b)** $\frac{\square}{12} - \frac{\square}{\square} = 1\frac{1}{3}$

7. Martin a à sa disposition 3 tasses de farine. Il en utilise $1\frac{2}{3}$ tasse pour une recette.

a) Environ quelle quantité de farine lui reste-t-il?

b) Détermine la quantité exacte de farine qu'il lui reste.

8. Rédige un problème que l'on pourrait résoudre en soustrayant $1\frac{1}{2}$ de $3\frac{1}{3}$, puis résous-le.

9. **a)** Inscris les chiffres 2, 3, 5, 6, 7 et 9 dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit inférieure à 1.

$\square\frac{\square}{\square} - \square\frac{\square}{\square}$

b) Inscris ces mêmes chiffres dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit supérieure à 5.

$\square\frac{\square}{\square} - \square\frac{\square}{\square}$

Soustraction de fractions (*Suite*)

10. Nina affirme que si l'on soustrait deux fractions, on obtient le dénominateur de la différence en multipliant les dénominateurs de chacune des fractions entre eux, et on obtient le numérateur de la différence en multipliant chaque numérateur par le dénominateur de l'autre fraction, puis en soustrayant ces deux résultats. Par exemple, pour soustraire la fraction $\frac{4}{3}$ de la fraction $\frac{8}{5}$ $\left(\frac{8}{5} - \frac{4}{3}\right)$, le dénominateur de la différence est égal à 5×3 et le numérateur est égal à $(8 \times 3) - (4 \times 5)$.

a) Es-tu d'accord?

b) Justifie ta réponse.

11. Comment expliquerais-tu le fait que soustraire deux fractions ne revient pas à soustraire les numérateurs et les dénominateurs entre eux?

Multiplication de fractions

Question ouverte

Matériel
- papier quadrillé

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Que vaut $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{5}$?* $\left(\frac{1}{5}\right)$ *Pourquoi pensez-vous qu'il est possible d'exprimer $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{5}$ à l'aide de l'expression $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$?* (Par exemple, $3 \times \frac{3}{5}$ signifie 3 groupes de $\frac{3}{5}$, donc $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$ signifie $\frac{1}{3}$ d'un groupe de $\frac{3}{5}$.)

◊ *Comment feriez-vous pour multiplier $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{3}$?* (Par exemple, puisque $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$, je multiplierais d'abord 1 par $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{3}$ par $\frac{3}{5}$. Je sais que $1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ et que $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$. Donc, le produit de $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{3}$ est égal à $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.)

◊ *Procéderiez-vous de la même façon pour multiplier $\frac{2}{3}$ et $\frac{2}{3}$?* (Par exemple, non, je dessinerais un rectangle subdivisé en 3 rangées égales et 3 colonnes égales, puis je déterminerais quelle partie du tout correspond au rectangle dont les dimensions sont $\frac{2}{3}$ sur $\frac{2}{3}$.)

◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{4}{3} \times \frac{3}{5}$ est légèrement supérieure à $\frac{3}{5}$?* (Par exemple, je sais que la fraction $\frac{4}{3}$ n'est pas beaucoup plus grande que 1, alors l'expression $\frac{4}{3} \times \frac{3}{5}$ représente un peu plus que 1 groupe de $\frac{3}{5}$.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent choisir quatre paires de fractions à multiplier en tenant compte des restrictions données et expliquer, pour chaque paire, la stratégie utilisée afin de :
- prédire que le produit serait légèrement supérieur à 1;
- déterminer le produit;
- vérifier que le produit est véritablement légèrement supérieur à 1.

Certains élèves peuvent choisir de représenter les produits à l'aide de modèles.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent estimer le produit de fractions;
- réalisent que si l'une des fractions est légèrement supérieure à 1, alors l'autre doit être près de 1;
- réalisent que si l'une des fractions est légèrement inférieure à 1, alors l'autre doit être légèrement supérieure à 1;
- réalisent qu'elles et ils peuvent choisir n'importe quel nombre fractionnaire comme première fraction, pourvu que la seconde fraction soit égale ou près de la fraction unitaire dont le dénominateur correspond au nombre entier qui compose le nombre fractionnaire (p. ex., $4\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$).

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Si votre première fraction choisie était $\frac{5}{4}$, comment feriez-vous pour choisir la seconde?* (Par exemple, je choisirais une fraction très près de 1, peut-être légèrement inférieure.) *Quelle pourrait être cette fraction et comment feriez-vous pour déterminer le produit des deux fractions?* (Par exemple, je pourrais choisir $\frac{9}{10}$, puis je déterminerais le produit en multipliant les numérateurs et les dénominateurs.)

◊ *Votre première fraction choisie pourrait-elle être supérieure à 3?* (Oui.) *Comment choisiriez-vous alors la seconde fraction?* (Par exemple, je choisirais une fraction près de $\frac{1}{3}$.)

◊ *Comment feriez-vous pour multiplier $3\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$?* (Par exemple, je déterminerais la valeur de l'expression $[\frac{2}{5} \times 3] + [\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}]$.)

Solutions

Exemple 1 : $\frac{8}{5}$ et $\frac{2}{3}$

J'ai d'abord choisi la fraction $\frac{8}{5}$, puis j'ai réalisé que si je la multipliais par $\frac{1}{2}$, j'obtiendrais $\frac{4}{5}$, soit une valeur légèrement inférieure à 1. J'ai donc choisi une seconde fraction légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$.

Le produit est égal à $\frac{16}{15}$. J'ai déterminé ce produit en multipliant les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

Le produit est légèrement supérieur à 1 puisque $\frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$ et que la fraction $\frac{1}{15}$ est près de 0.

Exemple 2 : $\frac{2}{5}$ et $2\frac{3}{5}$

J'ai d'abord choisi la fraction $\frac{2}{5}$. Je savais que son double ne valait que $\frac{4}{5}$ et que j'avais besoin d'obtenir une valeur plus grande. J'ai alors pensé à multiplier par $2\frac{1}{2}$, mais cela donnait exactement 1, donc j'ai cherché une fraction un peu plus grande que $2\frac{1}{2}$.

J'ai déterminé le produit comme suit : $\frac{2}{5} \times 2\frac{3}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{13}{5} = \frac{26}{25} = 1\frac{1}{25}$.

Puisque la fraction $\frac{1}{25}$ est très petite, alors le produit $1\frac{1}{25}$ est légèrement supérieur à 1.

Exemple 3 : $3\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}$

J'ai d'abord choisi la fraction $3\frac{1}{3}$, une fraction qui est légèrement supérieure à 3. En prenant $\frac{1}{3}$ de cette valeur, je savais que j'obtiendrais un produit près de 1.

Le produit est égal à $1\frac{1}{9}$. J'ai déterminé ce produit en calculant $(\frac{1}{3} \times 3) + (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3})$.

Le produit $1\frac{1}{9}$ est légèrement supérieur à 1 puisque la fraction $\frac{1}{9}$ est très près de 0.

Exemple 4 : $\frac{8}{9}$ et $\frac{10}{8}$

J'ai d'abord choisi la fraction $\frac{8}{9}$. Je savais que $\frac{8}{9} \times \frac{9}{8} = 1$ (puisque $\frac{8}{9} \times \frac{9}{8} = \frac{72}{72} = 1$). Il fallait donc que la seconde fraction soit légèrement supérieure à $\frac{9}{8}$. J'ai alors choisi la fraction $\frac{10}{8}$.

Le produit est égal à $\frac{10}{9}$. J'ai déterminé ce produit en notant d'abord que $\frac{1}{8}$ de $\frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ (puisque la fraction $\frac{8}{9}$ eprésente 8 parties de $\frac{1}{9}$ chacune et que $\frac{1}{8}$ de ces parties correspond à 1 seule partie, soit à $\frac{1}{9}$). Ensuite, puisque $\frac{10}{8}$ de $\frac{8}{9}$ valent 10 fois plus, j'ai conclu que le produit devait être égal à $10 \times \frac{1}{9}$ ou à $\frac{10}{9}$.

Puisque $\frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$, alors le produit est légèrement supérieur à 1.

Fiche de réflexion

Matériel
- papier quadrillé

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Que vaut $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$?* $\left(\frac{2}{5}\right)$ *Pourquoi cette réponse est-elle logique?* (Par exemple, la fraction $\frac{3}{5}$ représente 3 parties de $\frac{1}{5}$ chacune et $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ désigne 2 de ces parties, soit $2 \times \frac{1}{5}$.)

◊ *Pourquoi pensez-vous qu'il est possible d'exprimer $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ à l'aide de l'expression $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$?* (Par exemple, $3 \times \frac{3}{5}$ signifie 3 groupes de $\frac{3}{5}$, donc $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ signifie $\frac{2}{3}$ d'un groupe de $\frac{3}{5}$.)

◊ *Selon vous, quelle est la valeur approximative de l'expression $\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$?* (Par exemple, je pense qu'elle vaut un peu moins de $\frac{2}{3}$, puisque $\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$, et que la fraction $\frac{7}{8}$ est légèrement inférieure à 1.)

◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{4}{3} \times \frac{3}{5}$ est légèrement supérieure à $\frac{3}{5}$?* (Par exemple, je sais que la fraction $\frac{4}{3}$ n'est pas beaucoup plus grande que 1, alors l'expression $\frac{4}{3} \times \frac{3}{5}$ représente un peu plus que 1 groupe de $\frac{3}{5}$.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- utilisent des modèles appropriés pour représenter la multiplication de fractions;
- peuvent multiplier des fractions, qu'elles soient propres ou impropres;
- peuvent estimer le produit de fractions;
- peuvent associer une situation à une multiplication de fractions et vice versa;
- comprennent pourquoi on peut déterminer le produit de deux fractions en multipliant les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Quel modèle pourriez-vous utiliser pour démontrer ce que l'expression $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ signifie?* (Par exemple, je pourrais utiliser une bande de fractions représentant $\frac{4}{5}$, et utiliser uniquement 3 des 4 sections ombrées. Je pourrais aussi dessiner un carré de côté 1 à l'intérieur duquel je dessinerais un rectangle dont les dimensions sont $\frac{4}{5}$ sur $\frac{3}{4}$.)

◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ est inférieure à $\frac{4}{5}$?* (Par exemple, puisque $\frac{3}{4} < 1$, on prend seulement une partie de $\frac{4}{5}$; le résultat sera donc inférieur à $\frac{4}{5}$.)

◊ *Comment feriez-vous pour multiplier $2\frac{1}{2}$ par $2\frac{1}{2}$?* (Par exemple, j'écrirais l'opération sous la forme $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2}$, et je multiplierais les numérateurs et les dénominateurs entre eux.) *Pourquoi ne pouvez-vous pas multiplier les nombres entiers et les fractions séparément?* (Par exemple, si l'on dessine un rectangle dont les dimensions sont $2\frac{1}{2}$ sur $2\frac{1}{2}$, multiplier les nombres entiers et les fractions séparément revient à n'utiliser que deux des quatre sections du rectangle.)

Solutions

1. Par exemple, je multiplierais 5 par 4 en me rappelant qu'il s'agit de neuvièmes, ce qui fait donc $\frac{20}{9}$. On obtient le même résultat en additionnant $\frac{4}{9}$ cinq fois.

2. **a)** Par exemple, l'expression $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$ est représentée par l'aire du rectangle ombré dont les dimensions sont $\frac{5}{6}$ sur $\frac{3}{4}$.

b) $\frac{15}{24}$

3. **a)** $5 \times \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

c) $\frac{4}{3} \times \frac{8}{5}$

d) $1\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{5}$

4. **a)** Plus près de $\frac{1}{2}$

b) Plus près de 1

c) Plus près de $\frac{1}{2}$

d) Plus près de 1

5. **a)** $\frac{12}{45}$ ou $\frac{4}{15}$

b) $\frac{6}{35}$

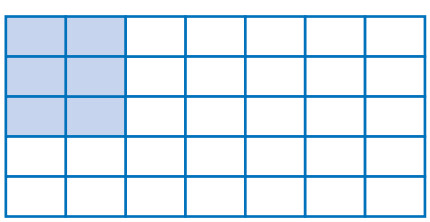
c) $\frac{20}{9}$ ou $2\frac{2}{9}$

d) $\frac{42}{20}$ ou $2\frac{1}{10}$

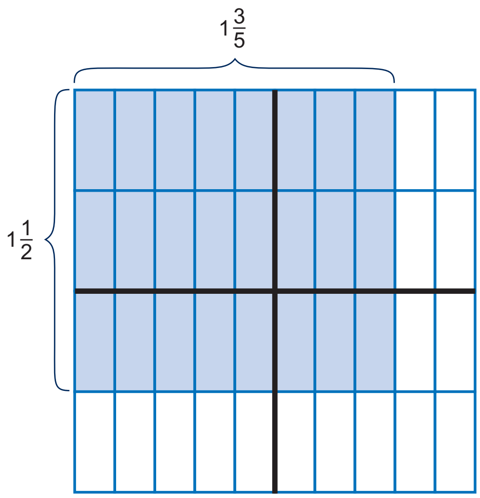
e) $\frac{24}{10}$ ou $2\frac{2}{5}$

f) $\frac{136}{15}$ ou $9\frac{1}{15}$

Modèle pour la question b) :



Modèle pour la question e) :



6. **a)** Par exemple $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{2}$, puisque si l'on multiplie les numérateurs et les dénominateurs entre eux, on obtient $\frac{15}{8}$.

b) p. ex., $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{1}$

7. p. ex., $\frac{5}{3} \times \frac{5}{4}$

8. **a)** p. ex., environ 3 tasses

b) $\frac{28}{9}$ ou $3\frac{1}{9}$ tasses

9. Par exemple, au cours de la semaine, Jane a lu $\frac{3}{4}$ de son livre. Si elle a lu $\frac{2}{3}$ de cette partie le lundi, quelle fraction du livre entier a-t-elle lu le lundi?
Réponse : $\frac{1}{2}$

10. **a)** p. ex., $5\frac{3}{4} \times 6\frac{1}{2} = 37\frac{3}{8}$

b) p. ex., $1\frac{5}{6} \times 2\frac{3}{4} = 5\frac{1}{24}$

11. Oui, par exemple, en multiplianr $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{2}$, on obtient 1.

12. Par exemple, je dirais qu'en multipliant un nombre positif par $\frac{2}{3}$, on prend $\frac{2}{3}$ de ce nombre, soit seulement une partie du nombre ou moins que le tout. Le résultat est donc inférieur au nombre.

Question ouverte

Multiplication de fractions

Question ouverte

- Choisis deux fractions ou nombres fractionnaires en tenant compte des restrictions suivantes :
  – le produit des deux fractions est légèrement supérieur à 1;
  – si tu utilises un nombre fractionnaire, le nombre entier qui le compose doit être différent de 1.

  Explique comment tu as fait pour prédire que le produit serait légèrement supérieur à 1.

  Détermine le produit et explique ta démarche.

  Vérifie que le produit est légèrement supérieur à 1.

- Répète l'activité précédente trois fois en utilisant des paires de fractions différentes.

Fiche de réflexion

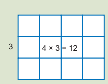
Multiplication de fractions (*Suite*)

Fiche de réflexion

- Puisque l'expression 4 × 3 signifie 4 groupes de 3, il est donc logique que l'expression $4 \times \frac{2}{3}$ signifie 4 groupes de 2 tiers. Ainsi, $4 \times \frac{2}{3}$ est égale à :
  $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ ou à 2 tiers + 2 tiers + 2 tiers + 2 tiers = 8 tiers.
  On multiplie 4 × 2 pour obtenir le numérateur 8. Le dénominateur reste 3 puisque l'on compte des tiers.

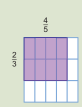
- Pour déterminer le produit de deux **fractions propres**, on peut penser à l'aire d'un rectangle ayant ces fractions comme dimensions, tout comme on le fait pour le produit de nombres naturels.

  Par exemple, on sait que la valeur de l'expression 4 × 3 est égale au nombre d'unités carrées d'un rectangle dont les dimensions sont 4 sur 3. En effet, il y a 4 groupes égaux de 3, c'est-à-dire 4 colonnes composées de 3 rangées chacune.



  On peut donc modéliser, de la même façon, le produit des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$ à l'aide d'un rectangle dont les dimensions sont $\frac{2}{3}$ sur $\frac{4}{5}$.

  On constate qu'il y a 2 × 4 petits rectangles ombrés parmi les 3 × 5 petits rectangles qui composent le grand rectangle.



  Ainsi, l'aire en unités carrées de la partie ombrée correspond à l'expression $\frac{(2 \times 4)}{(3 \times 5)}$. On peut donc conclure que $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{(2 \times 4)}{(3 \times 5)}$.

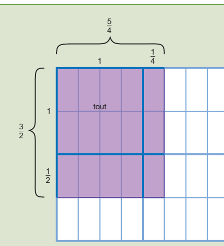
  Le produit des numérateurs correspond au nombre de petits rectangles ombrés, et le produit des dénominateurs correspond au nombre de petits rectangles qui composent le tout.

Multiplication de fractions (*Suite*)

- On peut déterminer le produit de **fractions impropres** de la même façon que l'on détermine le produit de fractions propres.

  Par exemple, l'expression $\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}$ peut être représentée par l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont $1\frac{1}{4}$ sur $1\frac{1}{2}$ (la surface ombrée du modèle ci-contre). Il est composé de 15 petits rectangles qui représentent chacun $\frac{1}{8}$ d'un tout, c'est-à-dire $\frac{1}{8}$ de l'un des 4 carrés. L'aire du rectangle est donc égale à $\frac{15}{8}$ unités carrées.

  Donc, $\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{(5 \times 3)}{(4 \times 2)} = \frac{15}{8}$.



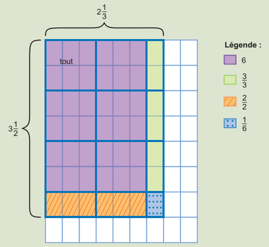
  Note : Puisque la surface ombrée du modèle semble correspondre à environ 2 touts, la réponse $\frac{15}{8}$ est donc vraisemblable.

- Pour déterminer le produit de deux **nombres fractionnaires**, on peut soit exprimer chaque nombre sous la forme d'une fraction impropre, soit utiliser un modèle représentant l'aire d'un rectangle.

  Par exemple, on peut déterminer le produit des nombres fractionnaires $3\frac{1}{2}$ et $2\frac{1}{3}$ comme suit : $3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = \frac{7}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{6} = 8\frac{1}{6}$.

Multiplication de fractions
(*Suite*)

On peut aussi déterminer leur produit à l'aide du modèle suivant.



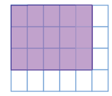
Pour déterminer l'aire en unités carrées du rectangle ombré dont les dimensions sont $3\frac{1}{2}$ sur $2\frac{1}{3}$, il suffit de déterminer l'aire des différentes parties qui le composent comme suit :

$$3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = (3 \times 2) + (3 \times \frac{1}{3}) + (2 \times \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} \times \frac{1}{3})$$
$$= 6 + \frac{3}{3} + \frac{2}{2} + \frac{1}{6}$$
$$= 8\frac{1}{6}$$

Multiplication de fractions
(*Suite*)

1. Comment procéderais-tu pour évaluer l'expression $5 \times \frac{4}{9}$? Pourquoi cette façon de procéder te semble-t-elle logique?

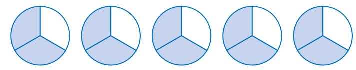
2. a) De quelle façon ce modèle représente-t-il l'expression $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$?



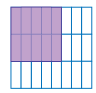
b) Détermine le produit.

3. Quelle multiplication de fractions est représentée par chacun des modèles suivants?

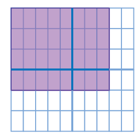
a)



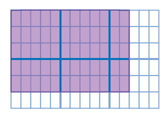
b)



c)



d)



Multiplication de fractions
(*Suite*)

4. Estime dans chaque cas si le produit est plus près de $\frac{1}{2}$ ou plus près de 1. Indique ta réponse en encerclant l'énoncé approprié.

a) $\frac{3}{8} \times \frac{7}{8}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

b) $\frac{5}{4} \times \frac{5}{6}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

c) $\frac{9}{10} \times \frac{3}{8}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

d) $2\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1

5. Détermine chacun des produits suivants. Représente les multiplications données aux questions b) et e) à l'aide du modèle de ton choix. Tu peux utiliser du papier quadrillé.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{9}$ **b)** $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

c) $\frac{4}{3} \times \frac{5}{3}$ **d)** $\frac{6}{5} \times \frac{7}{4}$

e) $1\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{5}$ **f)** $2\frac{2}{3} \times 3\frac{2}{5}$

6. Le produit de deux fractions est égal à $\frac{15}{8}$.

a) De quelles fractions peut-il s'agir? Justifie ta réponse.

b) Donne une autre paire de fractions possibles.

Multiplication de fractions
(*Suite*)

7. Inscris un nombre dans chacune des cases de façon à rendre l'égalité vraie.

$$\frac{\square}{3} \times \frac{\square}{\square} = 2\frac{1}{12}$$

8. Une recette pour 9 personnes nécessite $4\frac{2}{3}$ tasses de farine.

a) Environ quelle quantité de farine doit-on utiliser si l'on veut préparer cette recette pour 6 personnes?

b) Quelle quantité exacte de farine doit-on utiliser si l'on veut préparer cette recette pour 6 personnes?

9. Rédige un problème que l'on pourrait résoudre en multipliant $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$, puis résous-le.

10. a) Inscris les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit grande.

$$\square\frac{\square}{\square} \times \square\frac{\square}{\square}$$

b) Inscris ces mêmes chiffres dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit petite.

$$\square\frac{\square}{\square} \times \square\frac{\square}{\square}$$

Multiplication de fractions (*Suite*)

11. Le produit de deux fractions peut-il être un nombre naturel? Justifie ta réponse.

12. Comment expliquerais-tu le fait que le produit d'un nombre positif quelconque par $\frac{2}{3}$ est inférieur à ce nombre?

Division de fractions

Question ouverte

Matériel
- bandes de fractions ou copie de l'annexe *Tour de fractions*

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

Note : Distribuez des bandes de fractions au fur et à mesure que vous posez les questions suivantes.

◊ *Combien de fois la fraction $\frac{1}{3}$ est-elle contenue dans la fraction $\frac{1}{2}$?* ($1\frac{1}{2}$ fois) *Pourquoi pensez-vous qu'il est possible de représenter cette situation comme suit : $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$?* (Par exemple, parce qu'on fait une division lorsqu'on cherche à déterminer combien de fois un élément est contenu dans un autre.)

◊ *Comment feriez-vous pour diviser $\frac{4}{3}$ par $\frac{2}{3}$?* (Par exemple, je sais qu'il y a 2 groupes de $\frac{2}{3}$ dans $\frac{4}{3}$, donc le quotient est 2.)

◊ *Pourquoi la valeur de l'expression $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ est-elle aussi égale à 2?* (Par exemple, parce qu'on cherche encore à savoir combien de groupes de 2 éléments se trouvent dans 4 de ces éléments.)

◊ *Et quelle serait la valeur de l'expression $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$?* (Par exemple, cela donnerait $2\frac{1}{2}$ puisqu'on obtient $\frac{4}{6}$ en prenant 2 groupes de $\frac{2}{6}$; il nous faut donc prendre une autre moitié de $\frac{2}{6}$.) *Quelle fraction impropre est équivalente à $2\frac{1}{2}$?* ($\frac{5}{2}$) *Où retrouve-t-on les nombres qui composent la fraction $\frac{5}{2}$ dans l'expression $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$?* (Dans les deux numérateurs.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent choisir quatre paires de fractions à diviser en tenant compte des restrictions données et expliquer, pour chaque paire, la stratégie utilisée afin de :
- prédire que le quotient serait près de $\frac{3}{2}$;
- déterminer le quotient;
- vérifier que le quotient est véritablement près de $\frac{3}{2}$.

Certains élèves peuvent choisir de représenter les quotients à l'aide de modèles.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent estimer le quotient de fractions;
- réalisent que le diviseur doit être contenu dans le dividende entre 1 et 2 fois;
- établissent la relation entre la division et la multiplication;
- effectuent la division de fractions en utilisant des dénominateurs communs ou en multipliant la première fraction par l'inverse de la seconde.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Si votre première fraction choisie était $\frac{5}{4}$, comment feriez-vous pour choisir la seconde?* (Par exemple, puisque la fraction $\frac{5}{8}$ est contenue 2 fois dans $\frac{5}{4}$, je choisirais une fraction qui se situe entre $\frac{5}{8}$ et $\frac{5}{4}$.) *Quelle pourrait être cette fraction?* (p. ex., $\frac{5}{7}$)

◊ *Votre première fraction pouvait-elle être de n'importe quelle taille?* (Oui.) *Pourquoi?* (Par exemple, il suffit de choisir une seconde fraction qui est contenue environ une fois et demie dans la première.)

◊ *Une fois les fractions choisies, quelles stratégies avez-vous utilisées pour les diviser?* (Par exemple, j'ai parfois utilisé la tour de fractions, et cherché une fraction qui est contenue dans une autre environ une fois et demie. Si elle était contenue exactement une fois et demie, alors je prenais une autre fraction près de l'une des deux. J'ai aussi parfois écrit la division comme une multiplication à laquelle il manque un nombre. Cependant, il m'a fallu recourir aux fractions équivalentes pour déterminer le multiplicateur. D'autres fois, j'ai représenté les fractions sous leur forme décimale, puis j'ai divisé les nombres décimaux obtenus.)

Solutions

Exemple 1 : $\frac{3}{2}$ et $\frac{9}{10}$

Puisque $\frac{3}{2} \div 1 = \frac{3}{2}$, j'ai simplement choisi une fraction près de 1, mais qui n'est pas égale à 1.

J'ai déterminé que $\frac{3}{2} \div \frac{9}{10} = 1\frac{2}{3}$ en représentant d'abord les deux fractions sous leur forme décimale. J'ai alors eu l'expression 1,5 ÷ 0,9 et j'ai réalisé que 1,5 ÷ 0,9 = 15 ÷ 9, ce qui correspond à $\frac{15}{9}$ ou à $1\frac{2}{3}$.

Le quotient $1\frac{2}{3}$ est près de $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$ puisque la fraction $\frac{2}{3}$ est légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$.

Exemple 2 : $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{8}$

J'ai pensé au fait que $\frac{3}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{2}$ puisqu'il y a $1\frac{1}{2}$ groupe de $\frac{2}{5}$ dans $\frac{3}{5}$. Comme le quotient ne pouvait pas être exactement égal à $\frac{3}{2}$, je devais choisir une fraction près de $\frac{2}{5}$. À l'aide d'une tour de fractions, j'ai alors choisi $\frac{3}{8}$.

J'ai déterminé que $\frac{3}{5} \div \frac{3}{8} = \frac{8}{5}$ ou $1\frac{3}{5}$. Pour ce faire, j'ai d'abord exprimé le problème à l'aide d'un produit comme suit : $\frac{3}{8} \times \frac{\square}{\square} = \frac{3}{5}$. J'ai exprimé la fraction $\frac{3}{5}$ à l'aide de la fraction équivalente $\frac{24}{40}$, ce qui m'a permis de conclure que la fraction recherchée était $\frac{8}{5}$.

Le quotient $1\frac{3}{5}$ est près de $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$ puisque la fraction $\frac{3}{5}$ est près de $\frac{1}{2}$.

Exemple 3 : $\frac{4}{5}$ et $\frac{1}{2}$

J'ai d'abord choisi la fraction $\frac{1}{2}$ comme diviseur. J'ai ensuite pensé à la fraction $\frac{3}{4}$, mais puisque la fraction $\frac{1}{2}$ est contenue une fois et demie dans $\frac{3}{4}$, j'ai plutôt choisi la fraction $\frac{4}{5}$ qui est près de $\frac{3}{4}$.

J'ai déterminé le quotient en utilisant la forme décimale de chaque fraction comme suit :
$\frac{4}{5} \div \frac{1}{2} = 0{,}8 \div 0{,}5 = 8 \div 5 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$.

Le quotient $1\frac{3}{5}$ est près de $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$ puisque la fraction $\frac{3}{5}$ est près de $\frac{1}{2}$.

Exemple 4 : $\frac{6}{9}$ et $\frac{2}{5}$

Puisqu'il est possible de diviser deux fractions en multipliant la première fraction par l'inverse de la seconde, je savais que je pourrais d'abord chercher deux fractions dont le produit est près de $\frac{3}{2}$ et qu'il me suffirait ensuite d'inverser la seconde fraction. Mais puisque $\frac{3}{2} = \frac{30}{20}$, j'ai choisi $\frac{30}{18}$ comme produit près de $\frac{3}{2}$. J'ai ensuite déterminé que $\frac{6}{9} \times \frac{5}{2} = \frac{30}{18}$. Les deux fractions à diviser devaient donc être $\frac{6}{9}$ et $\frac{2}{5}$.

Le quotient est égal à $\frac{30}{18}$ ou $1\frac{2}{3}$ puisque $\frac{6}{9} \div \frac{2}{5} = \frac{6}{9} \times \frac{5}{2} = \frac{30}{18}$ ou $1\frac{2}{3}$. J'ai vérifié en utilisant la tour de fractions. J'ai vu que la fraction $\frac{2}{5}$ est comprise dans $\frac{2}{3}$ (ou $\frac{6}{9}$) plus de $1\frac{1}{2}$ fois, mais moins de 2 fois; la réponse est donc vraisemblable. J'ai également vérifié à l'aide d'une multiplication comme suit : $\frac{2}{5} \times \frac{30}{18} = \frac{60}{90} = \frac{6}{9}$.

Le quotient $1\frac{2}{3}$ est près de $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$ puisque la fraction $\frac{2}{3}$ est près de $\frac{1}{2}$.

Fiche de réflexion

Matériel
- papier quadrillé
- bandes de fractions

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

Note : Distribuez des bandes de fractions au fur et à mesure que vous posez les questions suivantes.

◊ *Combien de fois la fraction $\frac{1}{3}$ est-elle contenue dans la fraction $\frac{1}{2}$?* ($1\frac{1}{2}$ fois) *Pourquoi pensez-vous qu'il est possible de représenter cette situation comme suit : $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$?* (Par exemple, parce qu'on fait une division lorsqu'on cherche à déterminer combien de fois un élément est contenu dans un autre.)

◊ *Comment feriez-vous pour diviser $\frac{4}{3}$ par $\frac{2}{3}$?* (Par exemple, je sais qu'il y a 2 groupes de $\frac{2}{3}$ dans $\frac{4}{6}$, donc le quotient est 2.)

◊ *Pourquoi la valeur de l'expression $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ est-elle aussi égale à 2?* (Par exemple, parce qu'on cherche encore à savoir combien de groupes de 2 éléments se trouvent dans 4 de ces éléments.)

◊ *Et quelle serait la valeur de l'expression $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$?* (Par exemple, cela donnerait $2\frac{1}{2}$ puisqu'on obtient $\frac{4}{6}$ en prenant 2 groupes de $\frac{2}{6}$; il nous faut donc prendre une autre moitié de $\frac{2}{6}$.) *Quelle fraction impropre est équivalente à $2\frac{1}{2}$?* ($\frac{5}{2}$) *Où retrouve-t-on les nombres qui composent la fraction $\frac{5}{2}$ dans l'expression $\frac{5}{2} \div \frac{2}{6}$?* (Dans les deux numérateurs.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent estimer le quotient de fractions;
- établissent la relation entre la division et la multiplication;
- effectuent la division de fractions en utilisant des dénominateurs communs ou en multipliant la première fraction par l'inverse de la seconde.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Quel modèle pourriez-vous utiliser pour démontrer ce que l'expression $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ signifie?* (Par exemple, j'utiliserais des bandes de fractions pour démontrer le nombre de fois que la fraction $\frac{3}{4}$ est contenue dans la fraction $\frac{2}{3}$.)

◊ *Comment pouvez-vous savoir que la valeur de l'expression $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ est inférieure à 1?* (Par exemple, la bande représentant la fraction $\frac{2}{3}$ est plus courte que celle représentant la fraction $\frac{3}{4}$.)

◊ *Comment pourriez-vous évaluer l'expression $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ sans utiliser les bandes de fractions?* (Par exemple, je pourrais utiliser les fractions équivalentes $\frac{8}{12}$ et $\frac{9}{12}$. Ainsi, $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{12} \div \frac{9}{12} = \frac{8}{9}$.)

◊ *Afin de résoudre le problème suivant, quels nombres diviseriez-vous et pourquoi?*
Myriam a parcouru $\frac{3}{8}$ du chemin vers la maison de sa grand-mère en $\frac{2}{5}$ d'heure. Quelle partie du chemin peut-elle parcourir en 1 heure? (Par exemple, puisque c'est un problème de taux unitaire, je peux le résoudre en divisant $\frac{3}{8}$ par $\frac{2}{5}$. Je peux aussi diviser $\frac{3}{8}$ par 2 pour déterminer la distance que Myriam peut parcourir en $\frac{1}{5}$ d'heure et multiplier ce résultat par 5 pour déterminer la distance qu'elle peut parcourir en 1 heure. Cela revient à effectuer l'opération $\frac{3}{8} \times \frac{5}{2}$.)

Solutions

1. a) Par exemple, j'exprimerais $\frac{6}{8}$ à l'aide de la fraction équivalente $\frac{12}{16}$ afin de pouvoir partager cette dernière en 4 groupes égaux de $\frac{3}{16}$ chacun.

   b) Par exemple, j'exprimerais $\frac{4}{9}$ à l'aide de la fraction équivalente $\frac{12}{27}$ afin de pouvoir partager cette dernière en 3 groupes égaux de $\frac{4}{27}$.

2. a) Par exemple, il démontre le nombre de groupes de $\frac{1}{3}$ qui sont contenus dans $\frac{5}{8}$.

   b) p. ex., presque 2

3. a) $2 \div \frac{2}{3}$

   b) $\frac{7}{4} \div \frac{3}{4}$

4. a) Plus près de $\frac{1}{2}$

   b) Plus près de 2

   c) Plus près de 1

   d) Plus près de $\frac{1}{2}$

5. a) $\frac{3}{20}$

   b) $\frac{15}{6}$ ou $2\frac{1}{2}$

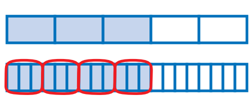
   c) 12

   d) $\frac{70}{72}$ ou $\frac{35}{36}$

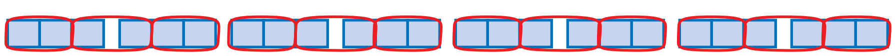
   e) $\frac{70}{6}$ ou $\frac{35}{3}$ ou $11\frac{2}{3}$

   f) $\frac{40}{51}$

   Modèle pour la question a) :



   Modèle pour la question c) :



6. a) p. ex., environ $\frac{3}{4}$ de tasse

   b) $\frac{10}{12}$ ou $\frac{5}{6}$ de tasse

7. a) $\frac{8}{15}$ du plancher

   b) une division

8. Par exemple, un petit pot de peinture a $\frac{1}{8}$ de la capacité d'un grand pot. Si je verser $\frac{3}{5}$ du contenu du grand pot dans des petits pots, l'équivalent de combien de petits pots puis-je remplir?
   Réponse : $4\frac{4}{5}$ pots

9. a) p. ex., $\frac{4}{3} \div \frac{16}{9}$

b) p. ex., $\frac{2}{3} \div \frac{8}{9}$

10. a) p. ex., $3\frac{5}{6} \div \frac{9}{2} = \frac{46}{54}$ ou $\frac{23}{27}$

b) p. ex., $6\frac{3}{5} \div \frac{2}{9} = 29\frac{7}{10}$

11. a) Par exemple, puisque $\frac{3}{8} > \frac{1}{3}$, la fraction $\frac{1}{3}$ est contenue plus d'une fois dans $\frac{3}{8}$, alors que la fraction $\frac{3}{8}$ n'est même pas contenue une fois dans $\frac{1}{3}$.

b) Par exemple, si l'on exprime les fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{1}{3}$ à l'aide des fractions équivalentes $\frac{9}{24}$ et $\frac{8}{24}$, on obtient $\frac{9}{24} \div \frac{8}{24} = \frac{9}{8}$, dans un cas et $\frac{8}{24} \div \frac{9}{24} = \frac{8}{9}$ dans l'autre cas. Dans les deux cas, on divise les numérateurs, mais dans un ordre inverse.

12. Par exemple, j'utiliserais une expression comme $2 \div \frac{5}{6}$. Cette expression revient à chercher le nombre de groupes de $\frac{5}{6}$ qui sont contenus dans 2. Puisque la fraction $\frac{1}{6}$ est contenue 6 fois dans 1, elle est donc contenue 12 fois (2 × 6) dans 2. Comme la fraction $\frac{5}{6}$ est 5 fois plus grande que la fraction $\frac{1}{6}$, elle sera donc contenue dans 2 seulement un cinquième de ce nombre de fois, soit $\frac{1}{5}$ de 12 ou $\frac{12}{5}$ fois. Cela revient à calculer $2 \times \frac{6}{5}$.

Question ouverte

Division de fractions

Question ouverte

- Choisis deux fractions en tenant compte des restrictions suivantes :
  - les dénominateurs sont différents;
  - le quotient des deux fractions est près de $\frac{3}{2}$, mais n'est pas exactement égal à $\frac{3}{2}$.

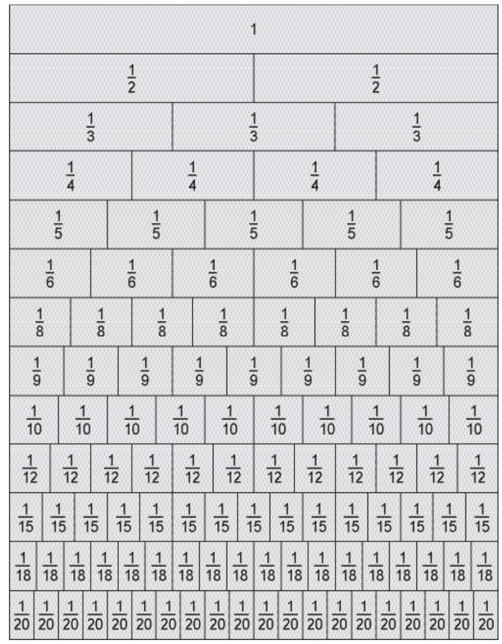
  Explique comment tu as fait pour prédire que le quotient serait près de $\frac{3}{2}$.

  Détermine le quotient et explique ta démarche.

  Vérifie que le quotient est près de $\frac{3}{2}$.

- Répète l'activité précédente trois fois en utilisant des paires de fractions différentes.

Tour de fractions



Fiche de réflexion

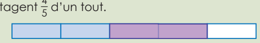
Division de fractions (*Suite*)

Fiche de réflexion

La division de fractions, tout comme la division de nombres naturels, peut être associée à un partage, au nombre de groupes de même taille qui sont contenus dans un autre groupe ou à un taux unitaire.

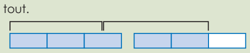
Partage

- La division d'une fraction par un nombre naturel peut être associée à un partage. Par exemple, on peut associer l'expression $\frac{4}{5} \div 2$ à une situation où 2 personnes partagent $\frac{4}{5}$ d'un tout.

  Le tout est divisé en 5 parties et les 2 personnes partagent 4 de ces 5 parties. Chacun aura donc 2 parties. Puisque chaque partie correspond à 1 cinquième du tout, alors chaque personne aura 2 cinquièmes $\left(\frac{2}{5}\right)$ du tout.

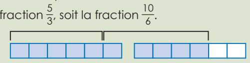
- Parfois le résultat du partage ne correspond pas à un nombre entier de parties. Par exemple, on peut associer l'expression $\frac{5}{3} \div 2$ à une situation où 2 personnes partagent $\frac{5}{3}$ d'un tout.

  Chaque personne aura $\frac{2\frac{1}{2}}{3}$ du tout.

  En multipliant le numérateur et le dénominateur par 2, on peut conclure que chaque personne aura $\frac{5}{6}$ du tout.

  On peut aussi résoudre ce problème en créant un modèle d'une fraction équivalente à la fraction $\frac{5}{3}$, soit la fraction $\frac{10}{6}$.

  Les tiers ont été divisés en moitiés puisqu'il fallait un nombre pair de parties du tout pour que 2 personnes puissent les partager. On voit que chaque personne aura $\frac{5}{6}$ du tout.

  Si l'on avait voulu évaluer l'expression $\frac{5}{3} \div 4$, alors les tiers auraient pu être divisés en quarts, pour que l'on puisse diviser le nombre total de parties en 4 parts égales.

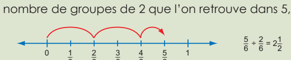
Division de fractions (*Suite*)

Nombre de groupes de même taille

- Pour déterminer le quotient de deux fractions, il est parfois utile de dénombrer des groupes de même taille. Par exemple, pour évaluer l'expression $\frac{5}{6} \div \frac{1}{6}$, on constate qu'il y a 5 groupes de $\frac{1}{6}$ dans la fraction $\frac{5}{6}$.

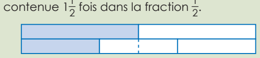
  De même, pour évaluer l'expression $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$, on cherche à déterminer le nombre de groupes de $\frac{2}{6}$ qui sont contenus dans $\frac{5}{6}$. Cela correspond à déterminer le nombre de groupes de 2 que l'on retrouve dans 5, soit $5 \div 2$ ou $\frac{5}{2}$.

  On constate que si les deux fractions ont le **même dénominateur**, toutes les parties sont de même taille. Pour obtenir le quotient, il suffit alors de déterminer combien de fois un numérateur est contenu dans l'autre. Par exemple, pour évaluer l'expression $\frac{7}{8} \div \frac{3}{8}$, il s'agit de calculer $7 \div 3$, puisque cette opération permet de déterminer le nombre de groupes de 3 éléments qui sont contenus dans 7 de ces éléments. Ainsi, $\frac{7}{8} \div \frac{3}{8} = \frac{7}{3}$. Pour évaluer l'expression $\frac{3}{8} \div \frac{6}{8}$, il s'agit de calculer $3 \div 6$, soit $\frac{1}{2}$, puisque cette opération permet de déterminer quelle fraction de $\frac{6}{8}$ est contenue dans $\frac{3}{8}$.

- Pour diviser deux fractions qui ont des **dénominateurs différents**, on peut soit utiliser un modèle afin de déterminer le nombre de fois que l'une des fractions est contenue dans l'autre, soit exprimer les deux fractions à l'aide de fractions équivalentes ayant le même dénominateur, puis diviser les numérateurs.

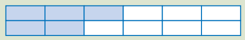
  Par exemple, pour évaluer l'expression $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$, le modèle suivant démontre que la fraction $\frac{1}{3}$ est contenue $1\frac{1}{2}$ fois dans la fraction $\frac{1}{2}$.

Division de fractions

(*Suite*)

On peut aussi exprimer les deux fractions à l'aide de fractions équivalentes ayant le même dénominateur. Ainsi, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \div \frac{2}{6} = \frac{3}{2}$ (ou $1\frac{1}{2}$). Le modèle suivant, créé à partir de fractions équivalentes, illustre cette stratégie.



Taux unitaire

- On peut également associer la division de fractions à un taux unitaire. Par exemple, si l'on peut parcourir 80 kilomètres en 2 heures, alors la distance que l'on peut parcourir en 1 heure correspond à la valeur de l'expression 80 ÷ 2.

  Ainsi, si une élève peut accomplir $\frac{1}{3}$ d'un travail de recherche en 2 jours, on divise $\frac{1}{3}$ par 2 $\left(\frac{1}{3} \div 2\right)$ afin de déterminer la fraction du travail qu'elle peut accomplir en 1 jour. De même, si elle peut accomplir $\frac{1}{3}$ d'un travail en $\frac{1}{2}$ jour, on divise $\frac{1}{3}$ par $\frac{1}{2}$ afin de déterminer la fraction du travail qu'elle peut accomplir en 1 jour. Puisqu'on sait qu'elle pourra accomplir 2 fois plus de travail en 1 jour qu'en $\frac{1}{2}$ jour, le résultat correspond à $\frac{1}{3} \times 2$. On peut donc conclure que $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times 2$.

- S'il est possible de couvrir $\frac{1}{4}$ d'une surface donnée en utilisant $\frac{2}{3}$ d'un pot de peinture, alors l'expression $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}$ représente la partie de cette surface qui peut être couverte en utilisant un pot entier de peinture.

  On peut évaluer l'expression $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}$ à l'aide du raisonnement suivant :
  Si avec $\frac{2}{3}$ d'un pot de peinture, on peut couvrir $\frac{1}{4}$ de la surface, alors avec $\frac{1}{3}$ du pot, on peut couvrir $\frac{1}{8}$ de cette surface $\left(\frac{1}{4} \div 2\right)$ et avec $\frac{3}{3}$(1) du pot, on peut couvrir $\frac{3}{8}$ de la surface $\left(3 \times \frac{1}{8}\right)$. Ainsi, $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{8}$. (On peut aussi obtenir ce résultat en notant que $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{12} \div \frac{8}{12} = \frac{3}{8}$).

  Le raisonnement utilisé précédemment revient à diviser $\frac{1}{4}$ par 2, puis à multiplier le tout par 3. Ainsi, $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \div 2 \times 3 = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2}$.

  On constate que pour obtenir le quotient de deux fractions, il suffit de multiplier la première fraction par l'**inverse** de la seconde, c'est-à-dire par la fraction obtenue en inversant le numérateur et le dénominateur (p. ex., $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2}$).

Division de fractions

(*Suite*)

On peut arriver à la même conclusion à l'aide du raisonnement suivant :

– $1 \div \frac{1}{3} = 3$, puisqu'on a 3 groupes de $\frac{1}{3}$ dans un tout;

– $1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$, puisque le nombre de groupes de $\frac{2}{3}$ dans un tout est équivalent à la moitié du nombre de groupes de $\frac{1}{3}$ dans ce même tout;

– $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2}$, puisque le nombre de groupes de $\frac{2}{3}$ dans le $\frac{1}{4}$ d'un tout est équivalent au quart $\left(\frac{1}{4}\right)$ du nombre de groupes de $\frac{2}{3}$ dans ce même tout.

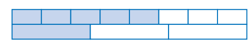
La division de **fractions impropres** s'effectue de la même façon que la division de fractions propres.

Pour effectuer la division de **nombres fractionnaires**, on les exprime d'abord sous forme de fractions impropres.

1. Comment procéderais-tu pour évaluer les expressions suivantes? Pourquoi cette façon de procéder te semble-t-elle logique?

a) $\frac{6}{8} \div 4$ **b)** $\frac{4}{9} \div 3$

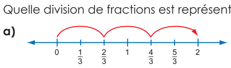
2. a) De quelle façon ce modèle représente-t-il l'expression $\frac{5}{8} \div \frac{1}{3}$?



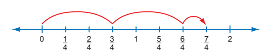
b) Estime la valeur de l'expression.

3. Quelle division de fractions est représentée par chacun des modèles suivants?

a)



b)



Division de fractions

(*Suite*)

4. Estime dans chaque cas si le quotient est plus près de $\frac{1}{2}$, plus près de 1 ou plus près de 2. Indique ta réponse en encerclant l'énoncé approprié.

a) $\frac{3}{8} \div \frac{7}{8}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1 Plus près de 2

b) $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1 Plus près de 2

c) $\frac{11}{3} \div \frac{13}{4}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1 Plus près de 2

d) $2\frac{2}{3} \div 4\frac{1}{2}$ Plus près de $\frac{1}{2}$ Plus près de 1 Plus près de 2

5. Détermine chacun des quotients suivants. Représente les divisions données aux questions a) et c) à l'aide du modèle de ton choix. Tu peux utiliser du papier quadrillé.

a) $\frac{3}{5} \div 4$ **b)** $\frac{5}{6} \div \frac{1}{3}$

c) $8 \div \frac{2}{3}$ **d)** $\frac{7}{8} \div \frac{9}{10}$

e) $\frac{14}{3} \div \frac{2}{5}$ **f)** $2\frac{2}{3} \div 3\frac{2}{5}$

6. Tu as $3\frac{1}{3}$ tasses de farine à partager en parts égales pour préparer 4 recettes.

a) Estime la quantité de farine que tu auras pour chaque recette.

b) Détermine la quantité exacte de farine que tu auras pour chaque recette.

7. Tu peux carreler $\frac{2}{5}$ de la surface d'un plancher en $\frac{3}{4}$ d'une journée.

a) Quelle surface du plancher peux-tu carreler en 1 journée?

b) Par quelle opération peux-tu décrire cette situation?

Division de fractions

(*Suite*)

8. Rédige un problème que l'on pourrait résoudre en divisant $\frac{3}{5}$ par $\frac{1}{8}$, puis résous-le.

9. a) Inscris un nombre dans chacune des cases de façon à rendre l'égalité vraie.

$\frac{\square}{3} \div \frac{\square}{\square} = \frac{3}{4}$

b) Donne d'autres valeurs possibles.

$\frac{\square}{3} \div \frac{\square}{\square} = \frac{3}{4}$

10. a) Inscris les chiffres 2, 3, 5, 6, et 9 dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit petite.

$\square\frac{\square}{\square} \div \square\frac{\square}{\square}$

b) Inscris ces mêmes chiffres dans les cases de telle sorte que la valeur de l'expression soit grande.

$\square\frac{\square}{\square} \div \square\frac{\square}{\square}$

11. Kevin a remarqué que $\frac{3}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{8}$ et que $\frac{1}{3} \div \frac{3}{8} = \frac{8}{9}$.

a) Explique pourquoi il est vraisemblable que le premier quotient soit supérieur à 1 et que le second soit inférieur à 1.

b) Explique pourquoi il est également vraisemblable que l'un des quotients soit l'inverse de l'autre.

12. Comment expliquerais-tu le fait que diviser un nombre par la fraction $\frac{5}{6}$ revient à multiplier ce nombre par la fraction $\frac{6}{5}$?

Résolution de problèmes comportant des fractions

Question ouverte

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une addition?* (Par exemple, le problème implique de regrouper des éléments.)
◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une soustraction?* (Par exemple, le problème implique de retirer des éléments.) *Y a-t-il des problèmes qui font appel à une soustraction, mais qui n'impliquent pas un retrait?* (Oui, par exemple les problèmes qui impliquent une comparaison.)
◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une multiplication?* (Par exemple, le problème implique de déterminer l'aire d'un rectangle ou encore, de quantifier une ou plusieurs parties d'un tout.)
◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une division?* (Par exemple, le problème implique d'effectuer un partage.) *Y a-t-il d'autres genres de problèmes qui font appel à une division?* (Oui, par exemple, les problèmes qui impliquent la recherche du nombre de groupes de même taille qui sont contenus dans un autre groupe ou la recherche d'un taux unitaire.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent rédiger deux problèmes pour chaque équation donnée. En soulignant que les problèmes doivent être différents, indiquez-leur qu'elles et ils peuvent non seulement varier l'énoncé, mais aussi la signification de l'opération.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent associer des situations concrètes à des opérations impliquant des fractions;
- reconnaissent les sens différents que l'on peut attribuer aux opérations impliquant des fractions.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *En quoi vos deux problèmes qui font appel à la soustraction sont-ils différents?* (Par exemple, un des problèmes implique une comparaison et l'autre implique un retrait.)
◊ *En quoi vos deux problèmes qui font appel à la division sont-ils différents?* (Par exemple, un des problèmes implique un taux unitaire et l'autre implique la recherche du nombre de groupes qui sont contenus dans un autre groupe.)
◊ *Pourquoi vos problèmes qui font appel à la division n'impliquent-ils pas un partage?* (Par exemple, parce qu'en raison de l'équation donnée, on doit diviser par $\frac{1}{3}$ et non par un nombre naturel.)

Solutions

Exemple

$\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$

- J'ai lu $\frac{3}{5}$ de mon livre lundi, et $\frac{1}{3}$ mardi. Quelle fraction du livre ai-je lu en tout? (Ce problème fait appel à une addition puisqu'il implique un regroupement.)
- J'ai fait $\frac{3}{5}$ de mon épicerie dans un magasin et $\frac{1}{3}$ dans un autre. Quelle fraction de mon épicerie ai-je fait? (Ce problème implique aussi un regroupement.)

$\frac{3}{5} - \frac{1}{3}$

- J'ai lu $\frac{3}{5}$ de mon livre lundi et $\frac{1}{3}$ mardi. Quelle fraction du livre ai-je lu lundi de plus que mardi? (Ce problème fait appel à une soustraction puisqu'il implique une comparaison.)
- J'ai rédigé $\frac{3}{5}$ de ma présentation orale, puis j'ai décidé qu'une partie correspondant à $\frac{1}{3}$ de la présentation était à refaire. Quelle partie de ma présentation orale est maintenant terminée? (Ce problème fait appel à une soustraction puisqu'il implique un retrait.)

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$

- Je dois apporter à l'école avant la fin de la semaine un premier versement correspondant à $\frac{3}{5}$ du coût d'une sortie scolaire. Mes grands-parents, mes parents et moi avons convenu de payer chacun $\frac{1}{3}$ de ce coût. À quelle partie du coût de la sortie scolaire, ma contribution à ce premier versement correspond-elle? (Ce problème fait appel à une multiplication puisqu'il s'agit de déterminer une partie d'un tout, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$ du tout que représente le premier versement.)
- Les dimensions du plancher de ma salle de classe correspondent à $\frac{3}{5}$ de la largeur et à $\frac{1}{3}$ de la longueur du gymnase de l'école. À quelle partie de l'aire du plancher du gymnase, l'aire du plancher de ma salle de classe correspond-elle? (Ce problème fait appel à une multiplication puisqu'il s'agit de déterminer l'aire d'un rectangle.)

$\frac{3}{5} \div \frac{1}{3}$

- Si je peux peindre $\frac{3}{5}$ d'une pièce en $\frac{1}{3}$ de jour, quelle part de la pièce puis-je peindre en 1 jour? (Ce problème fait appel à une division puisqu'il implique un taux unitaire.)
- La capacité des petits pots de peinture équivaut à $\frac{1}{3}$ de celle des grands pots. Si j'ai un grand pot de peinture rempli aux $\frac{3}{5}$, combien de petits pots puis-je remplir? (Ce problème fait appel à une division puisqu'il implique la recherche d'un nombre de groupes contenus dans un autre groupe.)

Fiche de réflexion

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une addition?* (Par exemple, le problème implique de regrouper des éléments.)
◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une soustraction?* (Par exemple, le problème implique de retirer des éléments.) *Y a-t-il des problèmes qui font appel à une soustraction, mais qui n'impliquent pas un retrait?* (Oui, par exemple les problèmes qui impliquent une comparaison.)
◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une multiplication?* (Par exemple, le problème implique de déterminer l'aire d'un rectangle ou encore, de quantifier une ou plusieurs parties d'un tout.)
◊ *Comment peut-on reconnaître qu'un problème fait appel à une division?* (Par exemple, le problème implique d'effectuer un partage.) *Y a-t-il d'autres genres de problèmes qui font appel à une division?* (Oui, par exemple, les problèmes qui impliquent la recherche du nombre de groupes de même taille qui sont contenus dans un autre groupe ou la recherche d'un taux unitaire.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent associer des situations concrètes à des opérations impliquant des fractions;
- reconnaissent les sens différents que l'on peut attribuer aux opérations impliquant des fractions

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *En quoi le problème 1 b) fait-il appel à une multiplication?* (Par exemple, il fait appel à une multiplication parce qu'on doit déterminer une partie d'un tout, soit $\frac{1}{4}$ d'un groupe de joueurs.)
◊ *Pourquoi peut-on résoudre la question 1 e) avec une addition ou avec une soustraction?* (Par exemple, on peut déterminer la quantité à ajouter à $\frac{1}{4}$ pour obtenir $\frac{7}{8}$, ou retirer $\frac{1}{4}$ de $\frac{7}{8}$.)
◊ *Dans la situation donnée à la question 2 a), quelle opération utiliseriez-vous pour déterminer à quelle fraction de la somme d'argent que Fred possède correspond la somme d'argent que sa sœur Julie possède?* (Par exemple, une division, soit $1 \div 2\frac{1}{2}$, puisque cela revient à considérer la somme d'argent que Fred possède comme un tout que l'on doit diviser par $2\frac{1}{2}$.)
◊ *Les problèmes qui font appel à une division par un nombre naturel sont-ils du même genre que ceux qui font appel à une division par une fraction?* (Non puisque, par exemple, dans le premier cas, il pourrait être question de partage alors qu'il ne peut être question de partage lorsqu'on divise par une fraction.)

Solutions

1. **a)** Division $1\frac{1}{2} \div \frac{2}{5}$

   b) Multiplication $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$

   c) Addition $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$

   d) Multiplication $5 \times 1\frac{2}{3}$

   e) Soustraction $\frac{7}{8} - \frac{1}{4}$

   f) Division $\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2}$

2. **a)** Par exemple, il fait appel à une multiplication parce qu'on doit déterminer une partie d'un tout, soit $\frac{3}{4}$ de $2\frac{1}{2}$.

   b) Par exemple, il fait appel à une division parce qu'on doit déterminer le nombre de fois que $\frac{1}{3}$ d'heure est contenu dans $5\frac{1}{2}$ heures.

   c) Par exemple, il fait appel à une soustraction parce qu'on doit faire un retrait.

3. **a)** p. ex., $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2}$

   b) p. ex., $5\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

   c) p. ex., $3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$

4. Par exemple, je pourrais diviser $3\frac{1}{3}$ par $\frac{2}{3}$ afin de déterminer combien de fois la fraction $\frac{2}{3}$ est contenue dans $3\frac{1}{3}$. Je pourrais aussi déterminer par quoi je dois multiplier $\frac{2}{3}$ pour obtenir $3\frac{1}{3}$.

5. **a)** Exemple
   Une dinde cuit au four pendant $5\frac{1}{2}$ heures. Tu décides de vérifier la cuisson 4 fois par heure. Combien de fois vas-tu vérifier la cuisson?

   b) Exemple
   Une dinde doit cuire au four pendant $5\frac{1}{2}$ heures. Elle a cuit pendant $2\frac{3}{4}$ heures jusqu'à présent. Combien de temps de cuisson reste-t-il?

6. Exemple
   Alexandre a $3\frac{1}{2}$ boîtes d'œufs. S'il a besoin de $\frac{1}{4}$ d'une boîte d'œufs pour faire 1 omelette, combien d'omelettes peut-il préparer avec la quantité d'œufs qu'il a?

7. Par exemple, s'il est question de retirer une quantité quelconque, le problème fait appel à une soustraction.

Question ouverte

Résolution de problèmes comportant des fractions

Question ouverte

- Rédige, dans chaque cas, deux problèmes que l'on pourrait résoudre à l'aide de l'équation donnée. Tente de rendre les problèmes aussi différents que possible. Tu n'as pas à les résoudre.

$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \square$

$\frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \square$

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \square$

$\frac{3}{5} \div \frac{1}{3} = \square$

- Explique, pour chaque problème, pourquoi il fait appel à l'addition, à la soustraction, à la multiplication ou à la division.

Fiche de réflexion

Résolution de problèmes comportant des fractions *(Suite)*

Fiche de réflexion

Pour résoudre un problème impliquant des fractions, il est important de savoir choisir l'opération arithmétique appropriée.

Addition

Les situations qui impliquent de **regrouper** font appel à une addition.

- Exemple de situation qui implique de **regrouper** :
  Hier, j'ai fait $\frac{1}{3}$ de ma rédaction. Aujourd'hui, j'en ai fait $\frac{1}{2}$ de plus. Quelle part de ma rédaction est maintenant terminée? (Solution : $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ de la rédaction)

Soustraction

Les situations qui impliquent de **retirer**, de **comparer** ou de **déterminer ce qu'il faut ajouter** font appel à une soustraction.

- Exemple de situation qui implique de **retirer** :
  J'ai $\frac{3}{4}$ de tasse de jus. J'utilise $\frac{1}{3}$ de tasse pour une recette. Quelle quantité de jus me reste-t-il? (Solution : $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$ de tasse)
- Exemple de situation qui implique de **comparer** :
  J'ai fait $\frac{5}{8}$ de mon travail de recherche et Angela a fait $\frac{1}{4}$ du sien. Quelle part de mon travail ai-je fait de plus qu'elle? (Solution : $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$ du travail)
- Exemple de situation qui implique de **déterminer ce qu'il faut ajouter** :
  J'ai complété $\frac{5}{8}$ de mon casse-tête. Quelle part du casse-tête me reste-t-il à faire? (Solution : $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ du casse-tête)

Multiplication

Les situations qui impliquent de **quantifier une ou plusieurs parties d'un tout**, de **déterminer l'aire d'un rectangle**, ou de **déterminer un taux** font appel à une multiplication.

- Exemple de situation qui implique de **quantifier une partie d'un tout** :
  Une classe a recueilli $\frac{2}{3}$ de la somme d'argent nécessaire pour un voyage. Les garçons ont amassé $\frac{2}{5}$ du montant recueilli par la classe. Quelle part de la somme nécessaire pour le voyage les garçons ont-ils amassée? (Solution : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$ de la somme d'argent nécessaire)

Résolution de problèmes comportant des fractions *(Suite)*

- Exemple de situation qui implique de **quantifier plusieurs parties d'un tout** :
  Jeff verse de l'eau dans 8 tasses. Il remplit chaque tasse jusqu'au $\frac{1}{3}$. S'il avait versé la même quantité d'eau de façon à avoir des tasses pleines à ras bord, combien de tasses aurait-il remplies? (Solution : $8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$ ou $2\frac{2}{3}$ tasses)
- Exemple de situation qui implique de **déterminer l'aire d'un rectangle** :
  Un rectangle mesure 8 cm de longueur et 4 cm de largeur. Les dimensions d'un second rectangle correspondent au $\frac{1}{3}$ de la longueur et aux $\frac{2}{3}$ de la largeur du premier rectangle. À quelle part de l'aire du premier rectangle, l'aire du second rectangle correspond-elle? (Solution : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ de l'aire du premier rectangle)
- Exemple de situation qui implique de **déterminer un taux** :
  Jane peut peindre 1 mur en $\frac{2}{3}$ d'heure. En combien de temps pourrait-elle peindre $2\frac{1}{2}$ murs? (Solution : $2\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ou $1\frac{2}{3}$ heure)

Division

Les situations qui impliquent de **partager**, de **déterminer le nombre de groupes de même taille qui sont contenus dans un tout** ou de **déterminer un taux unitaire** font appel à une division.

- Exemple de situation qui implique de **partager** :
  Quatre amis veulent peindre $\frac{2}{3}$ de la surface totale des murs d'une pièce. Quelle part de la surface totale des murs peindront-ils chacun s'ils travaillent au même rythme? (Solution : $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ de la surface totale des murs)
- Exemple de situation qui implique de **déterminer le nombre de groupes de même taille qui sont contenus dans un tout** :
  Une recette nécessite $\frac{5}{3}$ tasse de farine. Si tu ne disposes que d'une mesure de $\frac{1}{2}$ tasse, combien de fois devras-tu remplir cette mesure de farine? (Solution : $\frac{5}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{10}{3}$ ou $3\frac{1}{3}$ fois)
- Exemple de situation qui implique de **déterminer un taux unitaire** :
  Tu peux nettoyer $\frac{2}{5}$ d'une maison en $\frac{1}{2}$ heure. Quelle part de la maison peux-tu nettoyer en 1 heure? (Solution : $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$ de la maison)

Plus d'une opération

Un même problème peut parfois se résoudre à l'aide de plus d'une opération.

En effet, si l'on peut résoudre un problème en utilisant une division, on peut également le résoudre en utilisant une multiplication. Par exemple, on aurait pu résoudre le dernier problème de division à la page précédente à l'aide d'une multiplication comme suit : $\frac{1}{2} \times \frac{\square}{\square} = \frac{2}{5}$.

De même, si l'on peut résoudre un problème en utilisant une soustraction, on peut également le résoudre en utilisant une addition.

1. Indique, pour chaque problème, l'opération que tu pourrais utiliser afin de le résoudre et écris l'expression à évaluer. Il n'est pas nécessaire de résoudre le problème.

a) Cynthia a $1\frac{1}{2}$ grande bouteille de jus. Elle décide de verser ce jus dans de plus petites bouteilles, chacune pouvant contenir $\frac{2}{5}$ de la quantité de la grande bouteille. Combien de petites bouteilles lui faudra-t-il?

b) Environ $\frac{3}{4}$ des athlètes d'une école jouent au basketball et environ $\frac{1}{4}$ de ces joueurs sont en 9ᵉ année. Quelle fraction des élèves de l'école sont des joueurs de basketball en 9ᵉ année?

c) Mélissa a lu $\frac{1}{5}$ de son livre hier, et $\frac{1}{3}$ aujourd'hui. Quelle fraction du livre a-t-elle lu dans ces deux jours?

d) La mère de Léa met environ $1\frac{2}{3}$ heure pour se rendre au travail en voiture le matin, et $1\frac{2}{3}$ heure pour revenir à la maison en fin d'après-midi. Le mercredi midi, alors qu'elle est en pause au travail, elle décide de compter les heures qu'elle a passées au volant de sa voiture pour se rendre au travail et en revenir depuis le début de la semaine (du lundi matin au mercredi midi). Quel est ce nombre d'heures?

e) Le réservoir d'essence de la voiture de la famille Beauchemin était rempli aux $\frac{7}{8}$ au début d'un voyage. Plus tard dans la journée, il était rempli au $\frac{1}{4}$. Quelle fraction de la capacité totale du réservoir d'essence la voiture a-t-elle consommée durant cette première partie du voyage?

f) Si tu peux faire $\frac{2}{3}$ du trajet pour aller chez ta grand-mère en $1\frac{1}{2}$ heure, quelle fraction du trajet peux-tu faire en 1 heure?

2. a) En quoi le problème suivant fait-il appel à une multiplication?
Fred a $2\frac{1}{2}$ fois plus d'argent que sa sœur Julie. Luis a $\frac{3}{4}$ de la somme d'argent que Fred possède. À quelle fraction de la somme d'argent que Julie possède, la somme d'argent que Luis possède correspond-elle?

b) En quoi le problème suivant fait-il appel à une division?
Une dinde cuit au four pendant $5\frac{1}{2}$ heures. Tu décides de vérifier la cuisson chaque $\frac{1}{3}$ d'heure. Combien de fois vas-tu vérifier la cuisson?

c) En quoi le problème suivant fait-il appel à une soustraction?
William dispose de $3\frac{1}{2}$ rouleaux de ruban adhésif. Il utilise environ $1\frac{3}{4}$ rouleau pour emballer des cadeaux. Combien de rouleaux lui reste-t-il?

3. Donne, pour chacun des problèmes de la question 2, l'expression à évaluer afin de le résoudre.

a)

b)

c)

4. Pourquoi pourrais-tu utiliser une multiplication ou une division afin de résoudre le problème suivant?
La semaine dernière, tu as fait $3\frac{1}{3}$ heures d'exercices au cours de diverses séances d'une durée de $\frac{2}{3}$ heure chacune. Combien de séances d'exercices as-tu faites?

5. Modifie seulement une partie des données de la question 2 b) de sorte que :

a) le problème fait alors appel à une multiplication;

b) le problème fait alors appel à une soustraction.

6. Crée, à partir de l'énoncé suivant, un problème qui fait appel à une division.
Alexandre a $3\frac{1}{2}$ boîtes d'œufs.

7. Quel indice peux-tu donner à ton ami afin de l'aider à déterminer si la résolution d'un problème fait appel à une soustraction?