Éducation en langue française en Ontario
UN MONDE DE POSSIBILITÉS

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7e à la 9e année

Fascicule 1 : Éléments fondamentaux

(Version provisoire pour mise à l'essai)

2012

Éducation en Ontario L'excellence pour tous et toutes

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7^e à la 9^e année

Fascicule 1 : Éléments fondamentaux

1. Principes de base

2. Résolution de problèmes

3. Communication

Fascicule 2 : Algèbre

Fascicule 3 : Mesure et géométrie

Ce document a été produit en s'efforçant, dans la mesure du possible, d'identifier les ressources et outils mathématiques (p. ex., le matériel de manipulation) par leur nom générique. Dans le cas où un produit spécifique est utilisé par le personnel enseignant des écoles de l'Ontario, ce produit a été identifié par la marque sous laquelle il est commercialisé. L'inclusion des références aux produits spécifiques dans le présent document ne signifie aucunement que le Ministère de l'Éducation en recommande l'utilisation.

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE

Le Ministère de l'Éducation de l'Ontario a publié en 2006 une série de guides pédagogiques composée d'un guide principal et de guides d'accompagnement pour appuyer la mise en œuvre des recommandations présentées dans les rapports de tables rondes d'experts en mathématiques. Ces documents, intitulés *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année* ont connu un grand succès à l'élémentaire. Ils comblent un grand besoin de ressources d'appui et proposent des stratégies précises pour l'élaboration d'un programme de mathématiques efficace et la création d'une communauté d'apprenantes et d'apprenants chez qui le raisonnement mathématique est développé et valorisé.

Depuis la publication de cette série, on constate une demande croissante pour une version similaire couvrant l'enseignement des mathématiques au cycle intermédiaire. Ce besoin s'explique par un manque de ressources pédagogiques de ce genre pour le palier intermédiaire. Toutes les consultations menées en 2011 auprès des parties concernées ont clairement démontré l'urgence et la nécessité de produire, sous forme de fascicules, un guide portant sur des stratégies efficaces pour l'enseignement des mathématiques de la 7e et la 9e année.

Contrairement à la série de l'élémentaire, le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7e à la 9e année* ne contient pas de sections portant sur les grandes idées et les situations d'apprentissages. Il porte plutôt sur la résolution de problèmes comme principal contexte d'apprentissage des mathématiques et sur la communication comme moyen de développement et d'expression du raisonnement mathématique. Il contient également des stratégies d'évaluation conforme à la politique énoncée dans *Faire croître le succès* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010) ainsi que des stratégies de gestion de classe et de communication.

Le Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7e à la 9e année comprend trois fascicules. Le premier porte sur les principes de base de l'enseignement des mathématiques, la résolution de problèmes et la communication mathématique. Le deuxième se concentre sur les concepts algébriques retrouvés dans le domaine d'étude *Modélisation et algèbre* de 7e et 8e année, et dans les domaines d'étude *Relations* et *Numération et algèbre* de 9e année. Le troisième et dernier traite des concepts de mesure et de géométrie retrouvés dans les deux domaines d'étude de 7e et 8e année, soit *Géométrie et sens de l'espace* et *Mesure,* et *Mesure et géométrie* du programme-cadre de mathématiques de 9e année. Ils sont conçus pour aider l'enseignante ou l'enseignant à s'approprier la pédagogie propre à chaque domaine mathématique afin d'améliorer le rendement des élèves en mathématiques.

Ces documents d'appui aux programmes-cadres de mathématiques ont été élaborés en conformité avec les principales initiatives ministérielles pour soutenir la réussite scolaire des élèves et appuyer le développement durable de la communauté scolaire de langue française de l'Ontario. Ils mettent l'accent, entre autres, sur des stratégies d'enseignement qui favorisent l'acquisition par chaque élève, de compétences en communication orale.

INTRODUCTION

Depuis plus dix ans, d'énormes changements se sont opérés au niveau de l'enseignement des concepts et des habiletés liés à la littératie et à la numératie, et ce, partout dans le monde. Des pays comme l'Angleterre, les États-Unis et l'Australie ont élaboré et mis sur pied des initiatives fondées sur la recherche afin d'améliorer les méthodes d'enseignement et d'évaluation, les compétences des leaders pédagogiques et la responsabilité des diverses instances en ce qui a trait à l'apprentissage de la lecture et des mathématiques. Le Ministère de l'Éducation de l'Ontario a également mis en œuvre des initiatives ciblant l'amélioration du rendement des élèves en lecture et en mathématiques. Ces mesures reposent sur des recherches qui démontrent l'importance de deux facteurs dans l'amélioration du rendement des élèves : le renforcement de l'expertise du personnel enseignant aux fins d'une efficacité professionnelle accrue, ainsi que l'élaboration et la mise en œuvre de plans d'amélioration.

Ce fascicule, traitant des éléments fondamentaux, se concentre sur l'efficacité de l'enseignement des mathématiques. Il s'inspire des recherches les plus actuelles sur les pratiques d'enseignement et d'évaluation et d'autres ressources qui ont fait leurs preuves dans l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques. Il ajoute aux forces qui existent actuellement dans le système d'éducation de l'Ontario et cherche à renforcer l'expertise de l'enseignement des mathématiques dans les écoles.

Les chercheurs et les éducateurs s'entendent sur les connaissances et les compétences dont les enfants ont besoin en mathématiques, sur les activités qui aident au développement des habiletés et de la compréhension, ainsi que sur les composantes fondamentales d'un programme de mathématiques efficace. Mais pour plusieurs enseignantes et enseignants débutants et chevronnés, il existe toujours un écart entre la théorie et la pratique. Comment les recherches actuelles portant sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques peuvent-elles être appliquées de manière concrète en salle de classe? Quelles connaissances et compétences permettent aux enseignants et aux enseignantes d'aider chaque enfant à bien réussir en mathématiques?

Ce fascicule est conçu pour répondre à ces questions en présentant au personnel enseignant du **cycle intermédiaire** des stratégies efficaces fondées sur la théorie et sur la pratique. Il a été élaboré dans but d'aider le personnel enseignant et les autres intervenants en éducation dans leur travail visant à améliorer la compréhension des mathématiques des élèves de la 7^{e} à la 9^{e} année.

1. PRINCIPES DE BASE

CINQ PRINCIPES SONT À LA BASE DU PRÉSENT FASCICULES

Les principes suivants, qui ont guidé le travail de la Table ronde des experts en mathématiques au primaire et la Table ronde des experts en mathématiques de la 4^e à la 6^e année, sont reflétés dans les cinq fascicules du Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année (2006). Les praticiens et autres intervenants en éducation s'entendent généralement sur le fait qu'ils ne sont pas différents au **cycle intermédiaire**.

Principe n^o 1 : Tous les élèves peuvent avoir du succès en mathématiques.

Tous les élèves peuvent apprendre les mathématiques. La maîtrise des mathématiques ne devrait pas être la réalité d'un petit groupe d'élèves. Les stratégies d'enseignements variés, les regroupements d'élèves, les ressources et le soutien administratif ou parental sont des aides précieuses à l'apprentissage des mathématiques. Tous les élèves devraient acquérir les mêmes fondements en mathématiques et bénéficier d'un enseignement de qualité.

Ce guide contient des suggestions offrant diverses possibilités d'apprentissage en mathématiques à tous les élèves.

Principe n^o 2 : L'enseignement des mathématiques devrait être fondé sur les résultats de recherches validées en salle de classe.

Les renseignements provenant d'études internationales, de nouvelles recherches sur l'enseignement des mathématiques et une nouvelle compréhension sur la façon dont les élèves apprennent ont incité les pédagogues à évaluer l'efficacité des stratégies d'enseignement. Par exemple, le consensus de l'heure sur la question est celui de l'importance de l'enseignement par la résolution de problèmes pour le développement chez les élèves de la compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques. Cette approche semble être la plus avantageuse pour l'amélioration du rendement des élèves.

Ce guide est fondé sur la recherche et sur l'expérience d'enseignantes et d'enseignants chevronnés.

Principe n^o 3 : L'acquisition de fondements solides en mathématiques et le développement d'une attitude positive à l'égard de la matière dès le primaire constituent les bases nécessaires à l'apprentissage des mathématiques tout au long de la vie.

La compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques [*à tous les niveaux : primaire, moyen, intermédiaire et supérieur*] se développe à l'aide d'un programme efficace en mathématiques, un enseignement de qualité et un environnement qui valorise une communauté d'apprenants et d'apprenantes en mathématiques.

Ce guide contient des conseils, des outils et des stratégies d'enseignement qui aideront les enseignants et enseignantes à bâtir sur la compréhension intuitive des enfants en mathématiques et à établir une base solide en mathématiques.

Principe n^{o} 4 : L'enseignant ou l'enseignante joue un rôle déterminant dans la compréhension des mathématiques par [les élèves].

La capacité du personnel enseignant à dispenser un enseignement efficace en mathématiques est le facteur le plus important dans l'apprentissage des élèves en mathématiques. Lorsque les enseignants et enseignantes perfectionnent leur compréhension des mathématiques et du processus d'apprentissage par les élèves, ainsi que leur compréhension des stratégies propices à cet apprentissage, ils améliorent plusieurs aspects de leur enseignement. L'enseignant ou l'enseignante qui fournit à l'élève un programme motivant d'apprentissage des mathématiques sait faire preuve d'esprit critique et faire des choix judicieux au niveau des activités, des stratégies, des interventions et des ressources.

Le but de ce guide est d'améliorer les connaissances et les compétences des enseignants et enseignantes en enseignement efficace des mathématiques.

Principe n^{o} 5 : L'enseignement efficace des mathématiques requiert l'appui et la coopération des leaders pédagogiques au niveau de l'école et du conseil, des parents et de la communauté en général.

L'enseignement efficace des mathématiques au **cycle intermédiaire** ne peut se faire tout seul. Il met à contribution non seulement les enseignants et enseignantes des cours de mathématiques, mais aussi tous leurs partenaires au sein du système d'éducation, y compris les parents. Tous les partenaires jouent un rôle significatif dans la création de conditions idéales permettant aux enseignants et enseignantes d'assurer un enseignement efficace et aux élèves d'apprendre en utilisant toutes leurs habiletés. Tous les intervenants et intervenantes doivent connaître et comprendre les composantes d'un programme efficace de mathématiques au **cycle intermédiaire**.

AMÉLIORATION DU RENDEMENT

> *Le leadership du changement signifie que des leaders efficaces changent la vie de ceux qui les entourent. Ils les motivent et les inspirent. Grâce à eux, les gens avec qui ils travaillent arrivent à accomplir des choses qui leur semblaient, de prime abord, impossibles.*
>
> (Eaker, Dufour et Dufour, 2004, p. 28)

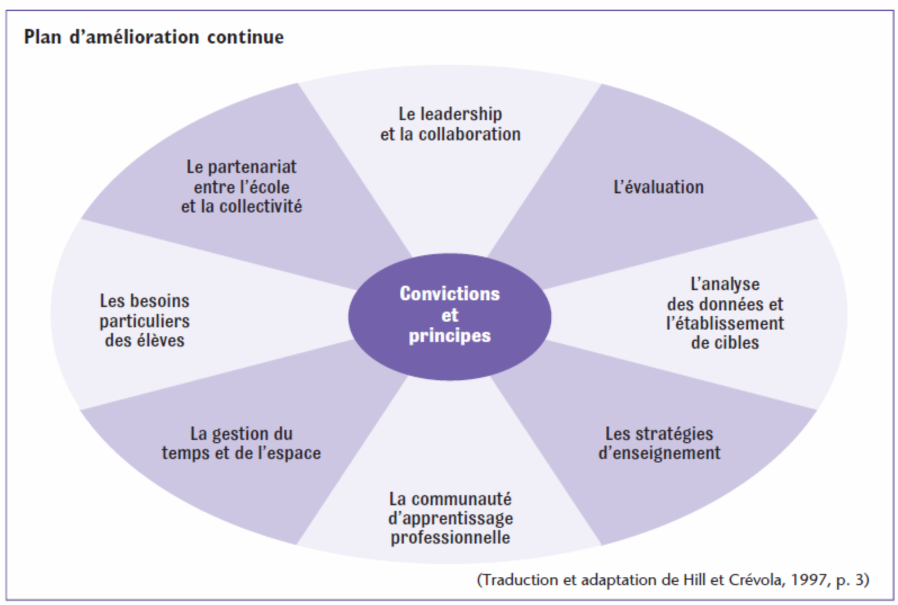
L’engagement vers la « réussite scolaire pour tous les élèves » exige une approche systémique faisant appel à tous les intervenants et intervenantes. Une telle approche implique des attentes élevées en ce qui a trait au rendement des élèves, une utilisation efficace des ressources, une exploitation judicieuse du temps d’apprentissage et un enseignement adapté aux besoins très variés des élèves. Toutes ces conditions ne pourraient être réunies sans d’une part l’exercice d’un leadership éclairé au niveau du conseil et de l’école, ni d’autre part la participation active du plus grand nombre d’intervenants et d’intervenantes. Les directions d’école, le personnel enseignant, les parents et les membres de la collectivité jouent en effet un rôle déterminant dans l’établissement des priorités de l’école et dans la création d’un milieu propice à l’apprentissage.

Le Ministère de l’Éducation reconnaît que l’attribution de rôles spécifiques au sein des écoles et des conseils scolaires est une des responsabilités des conseils scolaires de district. Le présent chapitre présente aux conseils scolaires un cadre de travail qui les aidera à élaborer leur plan général d’amélioration de l’école et à décrire certains rôles pouvant leur servir à soutenir et à canaliser les efforts investis dans l’amélioration du rendement des élèves. Ce cadre de travail ainsi que les descriptions de rôles sont conformes aux recommandations des tables rondes des experts en mathématiques (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2003a, 2003b et 2004a).

UN CADRE DE TRAVAIL POUR L’AMÉLIORATION CONTINUE

L’amélioration continue est un processus cyclique qui repose sur l’apprentissage, la pratique, la réflexion et le partage. Favorisant une réflexion fondée sur les recherches de pointe et sur les habiletés indispensables à un enseignement efficace, ce processus contribue au développement et à l’enrichissement d’une culture de changement et de collaboration, d’une communauté d’apprentissage professionnelle et d’un sentiment d’appartenance. De bons leaders pédagogiques, un travail d’équipe pour améliorer l’enseignement et le perfectionnement professionnel, des attentes élevées et des échéanciers bien définis, voilà autant de facteurs importants dans la réussite scolaire.

L’amélioration continue du rendement des élèves implique l’élaboration de plans d’amélioration fondés sur des principes stables, constructifs et articulés autour des éléments clés d’une planification efficace, comme l’illustre le schéma ci-dessous.



(Tiré du Guide d’enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année – Fascicule 1, p. 4)

LE PLAN D'AMÉLIORATION DU RENDEMENT DES ÉLÈVES

L'enseignante ou l'enseignant averti sait que chaque élève a besoin d'une aide différenciée pour atteindre un niveau de rendement correspondant à la norme provinciale et que, pour certains élèves, cela prend plus de temps. Cet enseignant ou cette enseignante planifie soigneusement son programme d'enseignement et fixe des cibles d'amélioration du rendement élevées, mais réalistes, en consultant les parents et l'équipe-école. « L'établissement de cibles s'est révélé efficace pour ce qui est de l'amélioration du rendement des élèves et des écoles au Canada, aux États-Unis, en Australie et au Royaume-Uni. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2003a, p. 45)

Cette façon de faire amène les intervenants et intervenantes en éducation et les conseils scolaires à devenir des participants actifs et indispensables dans le processus d'amélioration du rendement des élèves. L'établissement de cibles d'amélioration du rendement des élèves en mathématiques fait donc partie d'une stratégie générale d'amélioration du rendement scolaire. Le processus commence au moment où le personnel enseignant et administratif recueille et analyse des informations pertinentes sur le rendement des élèves fréquentant les écoles. Il est essentiel de procéder à une évaluation systémique et notamment d'utiliser les mêmes outils d'évaluation pour les classes d'une même année d'études et pour l'ensemble des écoles du conseil. Le barème d'évaluation étant le même pour tous, ces outils systémiques permettent de tracer le profil de l'élève en mathématiques dès les premières années de scolarisation. Cette analyse aide l'enseignant ou l'enseignante et tous les membres du personnel impliqués à déceler les domaines où des améliorations sont nécessaires et à établir des cibles d'amélioration du rendement concrètes et réalistes.

L'établissement de cibles élevées et réalistes d'amélioration du rendement des élèves suppose :

- ***une gestion efficace de l'information***. Les stratégies d'amélioration du rendement des élèves reposent sur une bonne compréhension des résultats d'évaluation et des liens existant entre le rendement des élèves, l'enseignement en classe et les méthodes d'évaluation.
- ***un travail d'équipe.*** Toute l'équipe-école partage la responsabilité du travail préliminaire conduisant à l'atteinte d'un niveau de rendement équivalent ou supérieur à la norme provinciale en mathématiques. Pour une amélioration soutenue, l'école encourage la collaboration entre les enseignants et les enseignantes des différentes années d'études ainsi que de bonnes relations professionnelles entre collègues.

La principale source de renseignements sur le rendement des élèves provient de l'analyse des données des évaluations réalisées en salle de classe. L'enseignant ou l'enseignante dispose de plusieurs moyens pour placer ces renseignements dans un contexte plus large et utiliser les évaluations afin de planifier les activités pédagogiques visant l'amélioration du rendement des élèves. En voici quelques-unes.

- Comparer le travail des élèves avec la grille d'évaluation du rendement du programme-cadre de mathématiques de la 1re à la 8e année (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005a).
- Partager les données d'évaluation de la classe avec les membres de l'équipe-école (p. ex., collègue, enseignant ou enseignante ressource en enfance en difficulté, membre de la direction).
- Utiliser les données d'évaluation à l'échelle du conseil scolaire pour analyser les progrès des élèves. Ces données peuvent être comparées à celles d'autres écoles ayant des caractéristiques semblables ou, au contraire, très différentes.
- Chercher à comprendre et à interpréter les résultats des évaluations de l'OQRE afin de suivre les tendances et les modèles d'amélioration du rendement des élèves dans toutes les écoles.
- Faire le suivi régulier de l'ensemble des élèves de la classe en mathématiques (profil de la classe) à partir des données sur le profil de chaque élève.

PRINCIPES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

> *La première chose est de savoir à qui vous enseignez, la seconde est d'étudier le contenu de votre enseignement. Si vous savez doser et harmoniser ces deux éléments, vous réussirez. […] Cela semble simple quand on en parle, mais en pratique, croyez-moi, c'est très difficile, très subtil, et cela prend beaucoup de temps. Il est facile d'enseigner dans une école élémentaire, mais il est difficile d'être une bonne enseignante ou un bon enseignant à l'élémentaire.*
>
> (Ma, 1999, p. 136, traduction libre)

Un enseignement intégrant des stratégies appropriées, une gestion de classe efficace, du matériel de manipulation, de la technologie, la communication, l'utilisation d'un vocabulaire juste et des référentiels accessibles offre un milieu d'apprentissage signifiant et stimulant pour tous les élèves. La synthèse des recherches concernant l'enseignement efficace des mathématiques sous-tend les principes suivants :

- Promouvoir une attitude positive à l'égard des mathématiques.
- Mettre l'accent sur la compréhension conceptuelle.
- Faire participer activement l'élève à son apprentissage.
- Valoriser et utiliser les connaissances acquises antérieurement par l'élève.
- Proposer des tâches adaptées au niveau de développement de l'élève.
- Respecter la façon d'apprendre de chaque élève.
- Offrir une culture et un climat propices à l'apprentissage.
- Reconnaître l'importance de la métacognition.
- Mettre l'accent sur les concepts mathématiques importants (les « grandes idées »).

PROMOUVOIR UNE ATTITUDE POSITIVE À L'ÉGARD DES MATHÉMATIQUES

Promouvoir une attitude positive à l'égard des mathématiques devrait être l'objectif ultime de toute stratégie d'enseignement efficace des mathématiques. Pour ce faire, il est primordial que l'enseignant ou l'enseignante adopte aussi une attitude positive à l'égard de cette matière. Pour y arriver, elle ou il peut, entre autres, privilégier « […] des occasions d'examiner [ses] pratiques d'enseignement, de discuter de l'apprentissage des élèves et de partager [ses] réflexions avec des collègues. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2003b, p. 60). Il est parfois difficile de susciter et de maintenir une attitude positive à l'égard des mathématiques chez les élèves. Plusieurs ont une vision très étroite des mathématiques qu'ils considèrent comme fondées sur la mémoire et la rapidité plutôt que sur la compréhension de concepts.

L'attitude positive de certains autres envers les mathématiques s'estompe au fil des années passées au sein du système scolaire. L'ardeur, l'intérêt et la curiosité qu'on a pu observer pendant leurs premières années d'apprentissage des mathématiques diminuent lorsqu'on pousse les élèves à manier des concepts abstraits sans qu'ils aient acquis une base conceptuelle solide. Cette modification d'attitude peut se produire en l'espace de quelques mois seulement. « Leur conception des mathématiques passe progressivement de l'enthousiasme à l'appréhension, de la confiance à la crainte. » (National Research Council, 1989, p. 44, traduction libre)

L'enseignant ou l'enseignante et les parents, en favorisant une attitude positive à l'égard des mathématiques, permettent aux élèves de développer leur confiance en soi.

Voici comment y parvenir :

- Démontrer de l'enthousiasme pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.
- Tenir compte des styles d'apprentissage en offrant divers moyens d'acquérir les concepts difficiles (p. ex., illustrations, représentations concrètes, gestes ou mouvements corporels, matériel de manipulation, travail d'équipe, musique et art dramatique).
- Aider les élèves à réaliser et à apprécier la présence des mathématiques dans leur vie (p. ex., dans des plans, dans des cartes, dans des mosaïques, dans des frises, dans l'architecture, au dépanneur, en voiture).
- Favoriser la confiance en soi en choisissant soigneusement les activités (ni trop faciles, ni trop difficiles) afin que les élèves puissent à la fois relever des défis et bien réussir (faire confiance en laissant place aux initiatives).

- Encourager la participation de tous les élèves, y compris les élèves inscrits dans les programmes d'actualisation linguistique en français (ALF) et de perfectionnement du français (PDF), dans des activités mathématiques qui favorisent la recherche, la résolution de problèmes et la communication mathématique.
- Tirer profit des occasions qui se présentent à la maison ou dans la salle de classe (p. ex., discuter du nombre d'articles à acheter lors de l'organisation d'une fête).
- Permettre l'erreur en favorisant des corrections collectives.
- Encourager l'utilisation d'aide-mémoire en mettant à la disposition des élèves des lexiques, des affiches, des tables, des tableaux, des diagrammes.
- Faire connaître aux élèves le travail d'équipe et la consultation entre camarades.

METTRE L’ACCENT SUR LA COMPRÉHENSION CONCEPTUELLE

Plus que la seule connaissance des procédures, la *compréhension conceptuelle* doit primer dans un enseignement efficace. Il y a compréhension conceptuelle lorsque l’élève établit des liens significatifs entre les notions mathématiques. Elle s’acquiert par la résolution de problèmes, la communication, la construction active de représentations mathématiques et surtout la métacognition. Selon Hiebert et Carpenter (1992), la connaissance des concepts est un savoir de ce que l’on comprend. Le meilleur indice de compréhension d’un concept ou d’une technique, c’est la capacité de l’élève de dire dans ses propres mots ou d’utiliser ses propres procédures pour démontrer ce qu’il ou elle sait. En reprenant exactement les mots utilisés par l’enseignant ou l’enseignante ou ceux d’un cahier ou d’un manuel, il ou elle ne fait pas preuve de compréhension, mais uniquement de sa capacité à mémoriser des informations.

La *connaissance des procédures* consiste à utiliser les règles et les symboles mathématiques selon des étapes bien déterminées. Il s’agit des procédures servant à accomplir certaines tâches mathématiques, comme l’application d’un algorithme pour résoudre un problème de calcul. Les activités axées uniquement sur la mémorisation des procédures et qui ne misent pas sur la compréhension active des concepts sous-jacents ne favorisent pas l’apprentissage.

Ces deux composantes sont complémentaires. La compréhension conceptuelle aide l’élève dans la construction des savoirs alors que la connaissance des procédures l’aide à faire des liens entre la compréhension conceptuelle et le langage symbolique. Sans apprentissage visant la compréhension conceptuelle, les mathématiques ne sont rien de plus qu’une série de procédures; elles deviennent alors des connaissances superficielles que l’élève finit par oublier complètement au fil du temps.

FAIRE PARTICIPER ACTIVEMENT L'ÉLÈVE À SON APPRENTISSAGE

Pour que l'enseignement et l'apprentissage soient efficaces, il faut laisser l'élève « faire » des mathématiques, au sens propre du terme. L'élève apprend à écrire en écrivant et à faire des sciences en concevant des expériences et en redécouvrant les idées scientifiques du passé. En art, il ou elle crée ses propres « œuvres ». Ce n'est qu'en mathématiques que l'on accepte le modèle de l'apprentissage passif. On semble croire encore actuellement que comme les mathématiques font partie des sciences exactes, personne n'a le droit à l'erreur et il faut toujours avoir la bonne solution.

L'élève a besoin d'occasions pour explorer les mathématiques. Les premiers mathématiciens se sont rendu compte que les dix doigts pouvaient être un outil utile pour organiser notre système de numération à la base dix. L'élève, au **cycle primaire**, doit aussi avoir l'occasion de découvrir la relation entre ses dix doigts et le système de numération. Lorsqu'il ou elle commence à comprendre le concept de regroupement en fonction de la base dix (c.-à-d., l'idée que dix unités peuvent être représentées par un chiffre dans la colonne des dizaines et que dix dizaines peuvent être représentées par un chiffre dans la colonne des centaines), l'élève fait une grande découverte conceptuelle, tout comme les premiers mathématiciens il y a des centaines d'années (Fosnot et Dolk, 2001). La compréhension de ce concept peut être aussi importante aux **cycles moyen et intermédiaire** lorsque l'élève étudie les nombres décimaux et des fractions.

Le temps et les expériences variées sont nécessaires pour permettre à l'élève de s'approprier des concepts. Par exemple, des modèles numériques et géométriques pour comprendre des relations algébriques lui permettent d'intégrer des concepts essentiels de divers domaines mathématiques. De plus, l'utilisation de matériel de manipulation et de logiciels de simulation qui relient des concepts d'un domaine à d'autres domaines contribue au développement d'une maturité mathématique et permet de résoudre des problèmes plus complexes en mathématiques et dans d'autres matières.

L'élève « fait » des mathématiques :

- ***en construisant sa compréhension des concepts de façon active***;

  Par exemple, l'élève qui observe les ressemblances et les différences en manipulant des blocs logiques ou des solides géométriques acquiert une meilleure compréhension des propriétés des figures planes et des solides.

- ***en représentant des concepts abstraits à l'aide de matériel concret***;

  Au **cycle intermédiaire**, l'élève qui utilise du matériel d'appui ou un tableur, développe une meilleure compréhension de l'effet sur l'aire et sur le volume de solides lorsque les dimensions sont doublées ou triplées.

- ***en utilisant des enquêtes et des recherches pour résoudre des problèmes***;

  L'élève **du cycle intermédiaire** qui étudie les rapports, les taux, les pourcentages et les proportions tirés de situations réelles (p. ex., calculer la valeur de 100 $ en euros; le rapport de la longueur des côtés d'un triangle rectangle étant égal à 3 : 4 : 5, déterminer la longueur des côtés si l'aire du triangle est de 486 cm^2) développe une meilleure compréhension de ces concepts au sein du système de numération.

- ***en interagissant avec ses camarades***;

  En collaborant entre eux pour résoudre des problèmes, en démontrant leurs démarches et leurs solutions et en communiquant leur compréhension des mathématiques, les élèves apprennent les uns des autres. De plus, ces échanges obligent chaque élève à raffiner son raisonnement et à revoir ses stratégies.

- ***en explorant des concepts mathématiques de diverses manières***;

  L'élève qui a la possibilité d'apprendre selon son style d'apprentissage préféré ou en effectuant des activités qui font appel aux diverses formes d'intelligence, a plus de chances d'être motivé ou motivée à accomplir la tâche, de s'impliquer dans son apprentissage, de bien comprendre les concepts étudiés et de les retenir.

- ***en établissant des liens avec le milieu extérieur et sa vie familiale***;

  L'élève qui effectue des activités où il est possible d'observer et de montrer les mathématiques dans le monde qui l'entoure s'implique davantage dans son processus d'apprentissage.

VALORISER ET UTILISER LES CONNAISSANCES ACQUISES ANTÉRIEUREMENT PAR L'ÉLÈVE

Pour être efficace, l'apprentissage des mathématiques au **cycle intermédiaire,** tout comme pour les autres cycles, doit s'appuyer sur les connaissances acquises antérieurement par l'élève. Grâce à son intérêt naturel pour le jeu et la manipulation, il ou elle possède déjà, dès son plus jeune âge, certaines connaissances en résolution de problèmes. L'acquisition de nouvelles connaissances est fondée sur l'intuition et la compréhension, deux habiletés acquises au foyer qui sont souvent beaucoup plus développées qu'on ne le pense. Toutefois, l'enseignant ou l'enseignante doit continuellement se rappeler que le niveau de connaissances acquises antérieurement peut varier selon la culture ou le milieu familial de l'élève.

L'enseignant ou l'enseignante relie les connaissances nouvelles aux connaissances antérieures en planifiant des situations d'apprentissage qui favorisent la compréhension des concepts et le développement des habiletés en mathématiques. Voici un exemple de liens qui peuvent être établis :

- Les élèves du cycle préparatoire arrivent à l'école avec un bagage de connaissances relatives aux différentes figures géométriques simples (cercle, carré, triangle). L'enseignant ou l'enseignante peut miser sur ces connaissances antérieures pour leur faire connaître les propriétés des figures simples à l'étude.

> *Les élèves peuvent avoir des bagages différents pour différentes raisons (p. ex., nouveaux Canadiens ou origines culturelles différentes). Il faut toutefois garder à l'esprit que les connaissances générales importantes pour un nouvel apprentissage doivent parfois être répétées et renforcées pour certains élèves et qu'il faut même les enseigner à d'autres.*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005c, p. 38)

Au fur et à mesure que l'élève grandit, il ou elle vit une plus grande variété d'expériences reliées par exemple aux sports, à la musique, aux arts; c'est-à-dire des expériences qui peuvent être mises à profit pour faire des liens entre les mathématiques et son quotidien.

PROPOSER DES TÂCHES ADAPTÉES AU NIVEAU DE DÉVELOPPEMENT DE L’ÉLÈVE

Le développement des habiletés en mathématiques varie d’un individu à l’autre. Il est essentiel de tenir compte de ces différences afin de créer le milieu le plus propice à l’apprentissage. Pour que les processus d’enseignement et d’apprentissage conduisent l’élève vers la réussite, il importe de valoriser la compréhension conceptuelle des mathématiques qu’il ou elle a déjà acquise.

> **La zone proximale de développement se situe entre** *« [. . .] le niveau de développement actuel de l’élève qui est déterminé par sa capacité à résoudre seul un problème et le niveau de développement potentiel, qui lui, est terminé par sa capacité de résoudre un problème avec le soutien d’un adulte ou avec la collaboration d’un pair plus compétent que lui. »*
>
> (Vygotsky, 1980, p. 86, traduction libre)

L’enseignant ou l’enseignante doit reconnaître le niveau de développement linguistique, cognitif, physique et socio affectif de l’élève. Les apprentissages les plus efficaces se produisent lorsqu’on tient compte de ces aspects. L’élève a donc besoin d’avoir :

- une compréhension suffisante de la langue d’enseignement;
- la capacité cognitive d’entreprendre la tâche mathématique qu’on lui présente et de faire des liens entre les situations présentées;
- la maturité affective nécessaire pour pouvoir faire face aux exigences de la tâche sans que la frustration vienne nuire à l’apprentissage.

On peut facilement identifier certaines caractéristiques propres au développement des connaissances mathématiques de l’élève d’un domaine à l’autre. Ces caractéristiques sont reliées à divers niveaux de la connaissance concrète et de la compréhension abstraite. En général, l’élève commence par la représentation concrète de nouveaux concepts en utilisant, par exemple, ses doigts ou du matériel de manipulation. Il ou elle passe ensuite à des représentations plus abstraites des problèmes en utilisant, par exemple, des mots, des images et des symboles. Chaque fois qu’un nouveau concept est présenté, l’enseignant ou l’enseignante doit fournir à l’élève des occasions de l’explorer initialement à l’aide de matériel de manipulation.

> *Si la création des réseaux conceptuels qui constituent la carte de la représentation du monde qui l’entoure – y compris les mathématiques – résulte d’une activité déductive et interprétative, il s’ensuit que, malgré toute la lucidité et la patience dont l’enseignant ou l’enseignante peut faire preuve dans ses explications, il lui est impossible de comprendre à la place des élèves.*
>
> (Schifter et Fosnot, 1993, p. 9, traduction libre)

Les tâches adaptées à son niveau de développement permettent à l'élève d'utiliser ses connaissances antérieures comme un réseau cognitif auquel il peut relier de nouvelles idées et connaissances. Lorsque l'élève établit des liens avec de nouvelles connaissances, sa réflexion mathématique s'élargit. Il ou elle acquiert facilement des concepts plus complexes, ce qui favorise un apprentissage optimal. C'est ce que Lev Vygotsky en 1987 a appelé la *zone proximale de développement*. Si l'apprentissage est trop facile, l'élève n'acquiert pas de nouvelles connaissances et risque de se désintéresser complètement du processus (en deçà de la zone proximale de développement). Si l'apprentissage est trop complexe, il n'y a aucun apprentissage autonome et ceci se manifeste souvent sous forme de frustration et de perte de confiance en soi (au-delà de la zone proximale de développement). L'apprentissage le plus fructueux se produit *dans* la zone proximale de développement.

L'enseignant ou l'enseignante doit tenir compte de cette zone lors de sa planification. À mesure qu'il ou elle présente de nouveaux concepts, l'élève doit élargir sa réflexion, ce qui crée un déséquilibre cognitif. C'est alors que l'élève a le plus besoin d'aide. L'enseignant ou l'enseignante lui offre cette aide en lui posant des questions, en orientant sa pensée par la discussion et le dialogue, et en lui proposant des activités appropriées.

Le tableau suivant résume l'effet de l'apprentissage en deçà, dans et au-delà de la zone proximale de développement.

La zone proximale de développement de Vygotsky (dans le contexte des mathématiques)		
En deçà de la zone proximale de développement	**Dans la zone proximale de développement**	**Au-delà de la zone proximale de développement**
L'élève peut accomplir la tâche sans aide. L'élève n'acquiert pas de nouvelles connaissances, mais les tâches peuvent développer la confiance en soi et la fluidité et l'aider à consolider la compréhension des concepts déjà acquis. L'élève utilise les habiletés, les procédures ou les concepts pour	L'enseignant ou l'enseignante soutient l'apprentissage de l'élève pour l'aider à atteindre un niveau plus élevé de compréhension (p. ex., son intervention est nécessaire pour assurer un choix de problèmes de niveau approprié et pour que le modelage, l'accompagnement et le questionnement se déroulent au moment opportun).	L'élève ne peut accomplir la tâche qu'en recourant à des procédures, au détriment de la compréhension conceptuelle (p. ex., en suivant les étapes d'une longue division sans comprendre). L'élève n'apprend rien de nouveau; sa compréhension est limitée; il ou elle ne peut généraliser les connaissances

approfondir sa compréhension. L'apprentissage devient un automatisme. Les tâches peuvent devenir trop faciles si l'élève reste plus longtemps qu'il n'est souhaitable dans cette zone.	L'apprentissage de l'élève est lié à ses connaissances antérieures. L'apprentissage continue; l'expérience est suffisamment stimulante pour susciter une nouvelle compréhension. La communication et les actions de l'élève contribuent à l'acquisition de nouvelles connaissances. Les expériences d'apprentissage sont de niveau approprié pour l'élève.	pour les appliquer à de nouvelles situations. L'élève risque de se désintéresser du processus d'apprentissage. La tâche est trop difficile et la frustration qui s'installe nuit au rendement.

RESPECTER LA FAÇON D’APPRENDRE DE CHAQUE ÉLÈVE

L’enseignant ou l’enseignante doit respecter la façon d’apprendre de chaque élève en tenant compte de son style d’apprentissage, de son attitude, de son bagage culturel et de ses besoins. Pour que l’élève s’engage et continue de participer à son processus d’apprentissage, il faut constamment susciter son intérêt et maintenir sa compréhension de la tâche à accomplir. Comme il est difficile de connaître le style d’apprentissage de tous les élèves d’une classe ainsi que leur bagage de connaissances antérieures, on y parvient en présentant aux élèves différentes façons de faire.

Un milieu d’apprentissage qui incite les élèves à apprendre leur offre donc :

- des aides visuelles variées (p. ex., listes de mots, affiches, travaux d’élèves, outils organisationnels – arbre conceptuel, toile d’araignée, etc.);
- des rappels verbaux qui mettent en évidence les liens entre les connaissances déjà acquises et des expériences d’apprentissage comparables;
- des mécanismes de dépannage (p. ex., questions de l’enseignant ou de l’enseignante, partage en équipes) et un accès à divers outils (p. ex., blocs logiques, géoplans, papier calque, logiciels) pour les aider à progresser dans leur démarche;
- une variété d’expériences qui offrent des possibilités d’apprentissage partagé, guidé et autonome;
- des situations d’apprentissage dont la durée et la progression sont soigneusement adaptées à leur âge;
- des situations d’apprentissage qui respectent les trois temps d’apprentissage : mise en train, exploration, objectivation/échange mathématique;
- un enseignement souple qui respecte les besoins de tout un chacun;
- du matériel de manipulation varié qui répond aux besoins et aux champs d’intérêt particuliers de chaque élève (p. ex., certains élèves peuvent manier plus facilement un géoplan tandis que d’autres préfèrent le papier à points);
- un temps de réflexion approprié pour résoudre un problème avant de donner une réponse ou de suggérer une solution.

Il suffit souvent de légères modifications dans la manière d’organiser la classe et dans la façon de présenter le matériel pour offrir un milieu d’apprentissage qui respecte davantage les différents styles d’apprentissage et les besoins de chacun, y compris ceux des élèves inscrits dans les programmes ALF et PANA.

OFFRIR UNE CULTURE ET UN CLIMAT PROPICES À L’APPRENTISSAGE

La culture et le climat de la salle de classe ont une grande influence sur l’apprentissage. Les élèves ont besoin de se sentir valorisés et respectés et doivent comprendre qu’ils font partie d’une communauté qui apprécie l’apport mathématique de chacun et chacune de ses membres. Il est aussi important que les élèves apprennent à valoriser leurs camarades comme autant de personnes-ressources potentielles. Dans une communauté d’apprentissage efficace en mathématiques, il faut savoir :

- valoriser la résolution de problèmes, le partage, le raisonnement et la communication;
- discuter les idées mathématiques, même si elles ne sont pas reliées au programme;
- présenter différentes solutions à un même problème;
- accepter les erreurs, qui sont considérées comme des occasions d’apprentissage;
- permettre à tous les élèves d’acquérir des connaissances en mathématiques;
- faire preuve de souplesse en permettant à l’élève d’utiliser ses propres stratégies de résolution de problèmes et l’inciter à en explorer de nouvelles;
- voir les différentes façons de réfléchir et de raisonner comme autant d’indices précieux permettant de mieux comprendre le cheminement de l’élève;
- mettre à la disposition des élèves tout le matériel nécessaire.

RECONNAÎTRE L'IMPORTANCE DE LA MÉTACOGNITION

La capacité de déterminer et d'utiliser des stratégies de réflexion lors de la résolution de problèmes est une habileté d'apprentissage importante. Cette habileté suppose la capacité de faire un retour sur sa démarche. Il faut amener l'élève à acquérir une capacité métacognitive appropriée à son niveau de développement intellectuel. L'élève fait appel à sa capacité métacognitive en se posant des questions telles que :

- *Qu'est-ce que je fais?*
- *Pourquoi est-ce que je le fais?*
- *Comment cela m'aide-t-il*?

C'est par l'objectivation que l'élève développe sa capacité métacognitive. Objectiver ne consiste pas à chercher à répondre à des questions, mais à savoir se poser les bonnes questions. L'enseignant ou l'enseignante peut aider l'élève à acquérir cette capacité métacognitive :

- en le ou la guidant dans son processus de réflexion par le questionnement (p. ex., « *Explique ce que tu as à faire*. », « *Comment penses-tu procéder*? », « *Comment vas-tu vérifier ta solution*? »);
- en offrant à l'élève la possibilité de réfléchir à un problème au début, au milieu et surtout à la fin d'une tâche (p. ex., « *Que te rappelles-tu*? », « *Où es-tu rendu dans ta recherche de solution*? », « Comment *as-tu procédé pour résoudre le problème*? », « *Qu'est-ce qui t'a le plus aidé à résoudre le problème*? »);
- en offrant un temps raisonnable à chaque élève pour répondre à des questions oralement. Au besoin, il peut être nécessaire d'arrêter la démarche de tous les élèves de la classe afin de discuter d'un point précis;
- en modelant les habiletés métacognitives, c'est-à-dire en partageant à haute voix son processus de réflexion en résolution de problèmes. Il est important de poser à l'élève des questions ouvertes qui l'incitent à communiquer les étapes de sa démarche de réflexion (p. ex., « *Quelle démarche as-tu suivie*? », « *Pourquoi as-tu suivi cette démarche*? », « *As-tu déjà résolu un problème de ce genre et comment*? », « *Est-il possible de procéder de différentes façons pour trouver une solution*? », « *Existe-t-il d'autres solutions possibles*? »);
- en faisant de la réflexion un aspect essentiel des tâches et de leur évaluation.

METTRE L’ACCENT SUR LES CONCEPTS MATHÉMATIQUES IMPORTANTS (LES « GRANDES IDÉES »)

Des stratégies d’enseignement et d’apprentissage efficaces offrent à l’élève des occasions d’explorer et d’approfondir les concepts clés ou « grandes idées » en mathématiques[1]. Le regroupement des attentes et des contenus d’apprentissage du programme-cadre autour des grandes idées permet à l’enseignant ou à l’enseignante de prendre des décisions éclairées lors de sa planification, quant aux stratégies et aux interventions à privilégier. Il n’est ni possible ni utile de fournir des stratégies d’enseignement pour chaque attente ou contenu d’apprentissage. Il est extrêmement utile, par contre, de regrouper les attentes autour d’une grande idée et de rechercher des stratégies d’enseignement efficaces. Les connaissances regroupées permettent aux élèves d’établir plus facilement des liens entre les concepts d’un domaine et entre ceux de différents domaines et d’avoir une compréhension approfondie des concepts clés.

L’enseignant ou l’enseignante doit non seulement comprendre en profondeur les concepts clés de l’année d’études qu’il ou elle enseigne, mais aussi comprendre comment chaque concept se rattache aux apprentissages antérieurs (l’année d’études précédente) et aux apprentissages futurs (l’année d’études suivante). Selon les recherches de Liping Ma, il ou elle doit notamment maîtriser la structure conceptuelle des programmes de mathématiques au palier élémentaire (Ma, 1999) et savoir comment enseigner les concepts aux élèves.

Les grandes idées donnent à l’enseignant ou à l’enseignante une vision globale des concepts clés de chaque domaine. Elles lui servent de points de repère pour :

- prendre des décisions éclairées lors de sa planification à court ou à long terme;
- reconnaître les apprentissages antérieurs;
- se familiariser avec les concepts mathématiques de l’année d’études;
- examiner la réflexion des élèves et leur compréhension des concepts et décider des prochaines étapes;
- noter ses observations sur des fiches anecdotiques;
- fournir de la rétroaction aux élèves;
- communiquer aux parents les apprentissages de leur enfant.

[1] *Il convient de noter que cette version du Guide d’enseignement efficace des mathématiques de la 7e à la 9e année ne contient pas de sections portant sur les grandes idées et les situations d’apprentissage.*

PROCESSUS D’ABSTRACTION EN MATHÉMATIQUES

Les élèves qui arrivent au **cycle intermédiaire** ont vécu au cours de leur scolarisation diverses expériences et manipulations concrètes pour comprendre des concepts mathématiques. Souvent, ils conservent une image mentale de certains concepts basés sur du matériel concret, mais éprouvent de la difficulté à se détacher de cette image pour créer des liens entre eux, à les généraliser et à les rattacher à de grandes idées mathématiques, et même à la vie courante. Il est primordial au **cycle intermédiaire** de faciliter le passage du concret à l’abstrait dans l’apprentissage des mathématiques. Selon Radford, Demers et Miranda (2009), l’abstraction est un des mécanismes cognitifs les plus importants dans la formation des concepts mathématiques.

> *« L’abstraction est ce qui nous permet d’aller au-delà de quelques cas particulier vers quelque chose de plus général. Par exemple, c’est grâce à l’abstraction que nous pouvons aller au-delà d’un, deux ou trois triangles particuliers et d’en arriver à l’idée générale de triangle. »*
>
> (Radford, Demers et Miranda, 2009, p. 7)

Il est bien important de comprendre que l’abstraction ne fait pas partie ipso facto de l’apprentissage de l’élève à la suite d’une résolution de problème. Il y a des décisions et des actions pédagogiques que l’enseignant ou l’enseignante doit déterminer, doit poser afin de permettre aux élèves de s’engager dans un processus d’abstraction.

Dans un premier temps, il est utile de définir ce qu’est l’abstraction, ce qu’est l’abstraction en mathématiques.

> *« L’abstraction est un* processus *par lequel l’élève crée des liens et* exprime *son expérience à un niveau conceptuel plus riche. Justement, on peut dire qu’on a fait une* abstraction *quand on a réussi à passer à un nouveau niveau de généralité. Une abstraction repose donc sur un saut ou un changement conceptuel. »*
>
> (Radford, Demers et Miranda, 2009, p.16)

Les élèves peuvent apprendre une quantité importante de faits mais s’ils ne peuvent pas les lier entre eux et saisir ce qu’ils ont en commun afin de former un concept, ils ne peuvent pas atteindre un niveau conceptuel supérieur.

> « […] *le moteur de l’abstraction est cette capacité à saisir les similarités et les différences à la base de la formation de concepts et à représenter cette abstraction par un symbole. »*
>
> (Radford, Demers et Miranda 2009, p. 12)

Au cours de ce processus, les élèves se rappellent les idées ou connaissances déjà acquises et arrivent, à l'aide du langage, de symboles et des interventions de l'enseignant ou l'enseignante ou de leurs pairs, à faire des liens qu'ils ne faisaient pas auparavant et à créer ainsi une nouvelle idée.

Radford, Demers et Miranda poursuivent en précisant que ce qui distingue l'abstraction mathématique des autres formes d'abstraction c'est la concaténation opératoire de ses opérations. Les abstractions mathématiques s'expriment à l'aide de symboles; à leur tour, ces symboles sont mis en rapport entre eux pour former d'autres abstractions. « Par exemple, quand on demande à un élève d'effectuer 16 + 28, on ne fait plus référence à l'action concrète de mettre ensemble 16 blocs et 28 blocs, mais à une action sur des symboles (les symboles "16" et "28"). Pour effectuer l'addition, l'élève doit pouvoir mettre en relation les symboles et leurs significations (p. ex., 2 signifie deux dizaines, 6 signifie 6 unités, etc.) » (Radford, 2009, p. 12)

Dans un deuxième temps, il est essentiel de se pencher sur les moyens ou façons de favoriser le passage du concret à l'abstrait, de faire vivre ces processus d'abstractions dans nos classes. Radford, Demers et Miranda expliquent, décrivent et même démontrent dans des activités déjà mises à l'essai en salle de classe comment créer des situations didactiques qui permettent aux élèves de s'engager dans un processus d'abstraction. Ils proposent des leçons modèles, et surtout articulent ces leçons en séquences d'enseignement de difficulté conceptuelle graduelle, appelées- unité conceptuelle. « L'unité conceptuelle est le fil conducteur didactique qui trace le trajet de l'élève vers l'abstraction mathématique. » (Radford, 2009, p. 7)

Ces unités conceptuelles sont des séquences d'enseignement où se concrétise une gradation progressive du niveau de difficulté des problèmes présentés aux élèves. Le fait de munir les problèmes d'un fil conducteur, de les rendre cohérents autour d'un thème qui devient de plus en plus complexe est un pas primordial dans le passage du concret vers l'abstrait. Ces unités guident et soutiennent les élèves dans le processus d'abstraction.

Le livre de Radford, Demers et Miranda (2009) est une excellente ressource pédagogique qui fournit des exemples concrets vécus et comprend des annexes pour soutenir les enseignants et enseignantes dans le rôle fondamental qu'ils jouent dans le développement du processus d'abstraction chez les élèves. La monographie rédigée par Luis Radford et publiée par le Ministère de l 'Éducation de l'Ontario (2009) traite aussi succinctement des recherches effectuées, des résultats et des recommandations visant à faciliter ce passage du concret à l'abstrait.

LITTÉRATIE MATHÉMATIQUE

Le mot littératie évoque immédiatement chez plusieurs adultes le mot lecture, l'habileté à lire. La lecture implique non seulement l'action de prononcer et de décoder des mots, mais aussi le processus de saisir le sens et de comprendre ce qui est lu. Depuis des siècles, c'est le rôle premier de l'école d'apprendre aux élèves à lire et à écrire. Mais il ne faut pas oublier que la littératie s'applique aussi au domaine des mathématiques où l'on retrouve des habiletés procédurales et opérationnelles ainsi qu'une compréhension conceptuelle. Il faut noter qu'aujourd'hui la notion de littératie mathématique est englobée dans le terme numératie.

Le Groupe d'experts pour la réussite des élèves (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b, p. 11) définit la numératie comme étant : « l'ensemble des compétences essentielles faisant appel à des concepts mathématiques et à des compétences connexes, telles que l'utilisation des technologies appropriées; ce qui permet à une personne d'être fonctionnelle en société, c'est-à-dire de pouvoir traiter et gérer efficacement les situations de la vie, de résoudre des problèmes dans un contexte réel et de communiquer ses solutions.

Ce qui, pour l'adolescente ou l'adolescent, se concrétise par quatre compétences en mathématiques :

1. l'utilisation efficace de la mesure, des propriétés, des nombres et des objets géométriques;
2. la résolution de problèmes et le développement de la pensée analytique et critique;
3. la lecture et l'interprétation de l'information;
4. la communication des idées mathématiques. »

Les cinq éléments énumérés dans le tableau ci-dessous représentent l'essence même du développement de la numératie.

Comprendre – Compréhension conceptuelle	Comprendre les concepts, les opérations et les relations mathématiques. Connaître le sens des symboles mathématiques, des diagrammes et des procédures.
Calculer – Compréhension procédurale	Réaliser des procédures mathématiques telles que l'addition, la soustraction, la multiplication et la division des nombres avec précision, efficacité et d'une manière appropriée.
Appliquer – Compréhension des stratégies	Formuler des problèmes d'une façon mathématique. Choisir et utiliser des stratégies pour les résoudre en ayant

	recours aux concepts et aux procédures appropriées.
Raisonner – Capacité d'abstraction	Expliquer et justifier logiquement la solution à un problème. Généraliser à partir de connaissances antérieures pour arriver à une nouvelle connaissance.
S'engager, s'investir – Motivation	Percevoir la raison d'être des mathématiques – elles sont utiles, réalisables et importantes dans la vie. Vouloir réussir et résoudre.

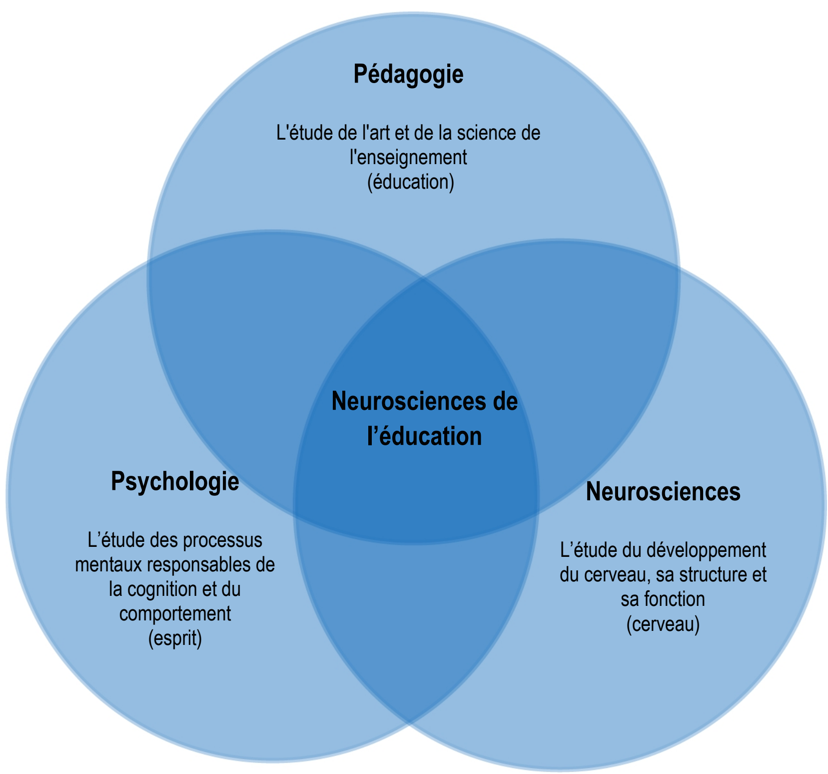
Les élèves peuvent, dans plusieurs situations, répéter et imiter les règles et procédures enseignées par l'enseignant ou l'enseignante alors qu'ils ou elles ne les maîtrisent que superficiellement sans vraiment les comprendre. La majorité des élèves résolvent avec succès des problèmes simples exigeant une seule opération, mais éprouvent plus de difficulté à résoudre des problèmes complexes et à appliquer leurs connaissances dans de nouvelles situations. Apprendre en comprenant devient donc essentiel au développement de la numératie.

PRINCIPES D’APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Afin d’avoir un enseignement qui contribue à une amélioration du rendement, la démarche en enseignement doit tenir compte de cinq questions : **À qui** enseigne-t-on? **Par qui** est fait l’enseignement? **Que** doit-on enseigner? **Comment** l’enseigner? **Pourquoi** l’enseigner?

Cette démarche doit aussi se baser sur des recherches qui établissent des liens entre le cerveau et l’apprentissage et plus spécifiquement entre le cerveau d’un adolescent ou d’une adolescente et l’apprentissage des mathématiques. Pour l’enseignant ou l’enseignante au **cycle intermédiaire**, il importe de connaître le profil psychologique de l’adolescent ou l’adolescente et quels défis y sont associés afin qu’il ou elle assume bien son rôle. Il est important de préciser que les sections qui suivent ne prétendent pas faire le tour de la question, mais se veulent une amorce quant aux discussions et réflexions qui s’imposent.

Avant de continuer, il importe de présenter une nouvelle science qui illustre bien la synthèse qui doit s’opérer dans nos salles de classe. Cette synthèse est un croisement entre les neurosciences, la psychologie et la pédagogie : c'est-à-dire les neurosciences de l’éducation. Sousa (2010a, p. 2, traduction libre) fournit une représentation qui illustre bien ces propos. Il s’agit de l’émergence des neurosciences de l’éducation à l’intersection de la psychologie, des neurosciences et de la pédagogie :



Ce diagramme représente bien l'interaction essentielle entre trois éléments fondamentaux qui influencent directement l'enseignement et par ricochet l'apprentissage des élèves. La pédagogie, la psychologie et les neurosciences de par leur nature doivent jouer un rôle primordial dans ce qui se passe en salle de classe. Le fait de les connaître, de les intégrer dans la planification et de les actualiser dans l'enseignement des mathématiques permettra d'améliorer le rendement des élèves dans cette discipline.

LE CERVEAU ET L'APPRENTISSAGE

Selon Sousa, il y a huit principes importants qui établissent des liens entre le fonctionnement et la structure du cerveau *et* l'apprentissage. En voici quatre qui touchent directement les adolescents et les adolescentes :

- **Les émotions ont un grand impact sur l'apprentissage.**

  « Le personnel enseignant doit comprendre la biologie des émotions, spécialement le stress, et reconnaître que les élèves ne peuvent pas se concentrer sur le curriculum sauf s'ils se sentent en sécurité physiquement (par exemple des armes ou de la violence) et émotionnellement (ils perçoivent que les enseignants et enseignantes les respectent et se préoccupent de leurs succès.) »

  (Sousa, 2010a, p. 15, traduction libre)

- **Le rythme de développement du cerveau explique le comportement des adolescents et des adolescentes**.

  « Le personnel enseignant est bien conscient des comportements imprévisibles et risqués des préadolescents et adolescents. On blâme souvent ces comportements sur les hormones qui changent. Une étude décisive sur le développement du cerveau qui utilisait la technologie d'imagerie révélait que […] les régions responsables de la pensée rationnelle et le contrôle émotionnel atteignent leur maturité vers l'âge de vingt-deux ou vingt-quatre ans. »

  (Sousa, 2010a, p.15, traduction libre)

- **Le climat social et culturel de l'école affecte l'apprentissage.**
  Il faut reconnaître le fait que plusieurs élèves vivent des expériences stressantes et difficiles lorsqu'ils franchissent la porte d'entrée de l'école. L'isolement, l'intimidation, la cyberintimidation, la pression des pairs, le phénomène de gangs, pour n'en nommer que quelques-uns sont une réalité quotidienne pour de nombreux élèves peu importe l'âge ou le niveau scolaire.

  « Les écoles ont tendance à tellement cibler la connaissance et l'évaluation que très souvent elles ignorent l'effet très puissant que les tendances sociales et culturelles ont sur les élèves […] le personnel enseignant doit vraiment porter plus d'attention à améliorer de façon positive le climat et la culture de l'école. […]

La culture de l'école devrait se définir en partie par une communication franche et ouverte, un niveau d'attentes, une reconnaissance et une appréciation des efforts fournis, une participation dans la prise de décisions et un degré d'affection […] tout cela agit sur l'estime d'un individu. »

(Sousa, 2010a, p.16, traduction libre)

- **Le sommeil est définitivement important pour la mémoire**.

  Tout enseignant et toute enseignante reconnaît que la mémoire joue un rôle capital dans l'apprentissage.

  « *Les études démontrent que les élèves qui sont privés de sommeil étaient plus susceptibles d'obtenir de moins bons résultats que les élèves qui dormaient plus longtemps et qu'ils étaient plus susceptibles de devenir dépressifs (Wolfson & Carskadon, 1998). Plusieurs élèves du secondaire viennent à l'école manquant de sommeil parce que la quantité de sommeil qu'ils ont n'est que de cinq ou six heures […]* »

  (Sousa, 2010a, p.18, traduction libre*)*

  Il convient de souligner que d'autres facteurs parallèles affectent la quantité et la qualité du sommeil chez les adolescents adolescentes. Plusieurs sont dans des équipes sportives ou impliqués dans une multitude d'activités parascolaires; les élèves se couchent très tard, ils sont accros de la technologie et mordus de jeux vidéo. Toutes ces distractions affectent leur cycle normal de sommeil et influent indirectement sur leur apprentissage.

Une bonne pratique d'enseignement doit tenir compte du fait que lorsqu'un adolescent ou une adolescente entre en classe, il ou elle apporte avec lui ou elle ces quatre réalités :

- il ou elle est influencé par ses émotions;
- son cerveau se développe à une vitesse particulière;
- le climat social et culturel de son milieu scolaire a un impact sur son rendement;
- le sommeil ou le manque de sommeil influencent son état affectif et sa performance scolaire.

LE CERVEAU ET L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

L'enseignement des mathématiques au **cycle intermédiaire** doit tenir compte des capacités et des limites du cerveau des adolescents et des adolescentes. Sousa (2010b, p.123) spécifie qu'une de ces limites est due au fait que le processus de réflexion et d'analyse (lobes frontaux du cerveau) prend beaucoup plus de temps à atteindre sa maturité que le système qui dirige la régulation des émotions (système limbique).

À quoi ressemble le cerveau d'un adolescent ou d'une adolescente? Les chercheurs ont constaté que les adolescents et adolescentes se servaient davantage de leur cortex préfrontal que les adultes. Leur recours excessif à une région cérébrale qui n'est pas mature peut engendrer des problèmes. La maturité du cortex préfrontal facilite chez un individu le recours à la raison pour dominer les réflexes ou les comportements émotionnels. Pour un cerveau adolescent, selon Sousa, le contrôle conscient des réactions spontanées automatiques est beaucoup plus difficile que pour un cerveau adulte.

Selon les recherches, il importe de noter que chez l'adolescent ou l'adolescente, la mémoire de travail qui permet de contrôler et de guider les comportements volontaires, est encore en développement. Selon Sousa (2010b, p. 124), les adolescents et adolescentes ne sont donc pas aussi efficaces que les adultes pour mobiliser les régions du cerveau qui soutiennent la mémoire de travail. Le fait de donner des problèmes plus exigeants ou complexes n'incite pas les élèves à être plus matures, à utiliser plus fréquemment les habiletés supérieures de la pensée ou à faire preuve plus souvent d'abstraction.

Lorsqu'un adolescent ou une adolescente est devant une nouvelle tâche de mathématiques, il ou elle doit être capable de pouvoir faire un lien avec des connaissances qu'il a déjà acquises. Même s'il ou elle peut transiger avec la nouveauté d'une façon limitée, une grande quantité de nouvelles informations peut décourager l'élève ou faire en sorte qu'il ou elle décroche.

> « *Le cerveau d'un adolescent, contrairement à un ordinateur, est une entité structurée qui traite des faits, mais seulement dans la mesure où ils peuvent être intégrés à des connaissances antérieures afin d'élucider de nouveaux problèmes. Il est apte à représenter des quantités continues et à les manipuler mentalement sous une forme analogique. D'autre part il n'est pas programmé de manière innée pour traiter un vaste éventail d'axiomes ou d'algorithmes […] Pour la plupart des gens, ce genre d'apprentissage demande une bonne dose de motivation d'intérêt et d'effet de nouveauté.* »
>
> (Sousa, 2010b, p.128)

Les chercheurs et chercheuses en sciences cognitives croient que les adolescents ou adolescentes abordent l'étude des mathématiques avec des styles d'apprentissage différents, qui se situent sur un continuum allant de quantitatif à qualitatif.

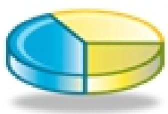
> « *Les élèves qui ont un style d'apprentissage quantitatif abordent les mathématiques d'une façon linéaire et routinière. Ils préfèrent travailler avec des nombres plutôt qu'avec des modèles concrets et peuvent avoir de la difficulté à trouver des solutions aux problèmes lorsqu'ils ne connaissent pas les étapes à suivre. À l'inverse, les élèves qui ont un style qualitatif aiment mieux travailler avec des concepts qui suivre des étapes routinières et préfèrent les modèles concrets aux nombres.* »
>
> *(*Sousa, 2010b, p.129)

- Le cerveau des adolescents ou des adolescentes est différent de celui des adultes même si physiquement ils ressemblent à des adultes (moins de contrôle des émotions).
- La mémoire de travail des adolescents ou des adolescentes est encore en développement.
- Le fait de présenter des problèmes plus exigeants aux élèves n'augmente pas leur degré de maturité.
- Si l'adolescent ou l'adolescente est confronté à une trop grande quantité de nouvelles tâches ou de nouvelles informations à gérer, il ou elle se décourage ou risque de décrocher.
- Il y a deux styles d'apprentissage : quantitatif et qualitatif. Il importe à l'enseignant ou l'enseignante de connaître le profil de ses élèves.

PROFIL PSYCHOLOGIQUE DE L’ADOLESCENT OU DE L’ADOLESCENTE

Ayant présenté des points saillants sur l’enseignement des mathématiques aux adolescents ou adolescentes en tenant compte de la recherche sur le cerveau, il importe d’examiner maintenant des points importants quant au profil psychologique de l’adolescent ou de l’adolescente. Il est souhaitable que le personnel enseignant soit conscient de ce profil afin d’en tenir compte dans son enseignement des mathématiques pour maximiser l’apprentissage des élèves. Il y a par contre plusieurs défis à tenir en ligne de compte, dont les trois qui sont décrits ci-après.

Défi lié au nouveau contexte familial



Un récent sondage a révélé que les élèves âgés de 10 à 17 ans passent en moyenne 13,4 heures par semaine devant le téléviseur et l’ordinateur, mais seulement 47 minutes par semaine à parler avec leurs parents. (Sousa, 2006, p. 127)

Sousa (2006) explique que : «Jusqu’à tout récemment, les besoins affectifs des enfants et des adolescents étaient principalement satisfaits à la maison. […] De nos jours, tout se déroule à un rythme effarant. Bien des familles se réunissent pour les repas du soir seulement une ou deux fois par semaine. Les horaires familiaux surchargés font que les parents et les enfants passent moins de temps ensemble. Lorsque les enfants sont à la maison ils passent plus de temps dans leur chambre, devant le téléviseur, l’ordinateur ou les jeux vidéo, qu’avec leurs parents. […] Parce que le temps de qualité à la maison est si négligeable, les besoins affectifs de nombreux élèves ne sont pas comblés. Ils arrivent à l’école en manque de soutien affectif qu’ils espèrent trouver auprès de leurs enseignants et enseignantes […] Toutefois, de plus en plus d’enseignants du niveau secondaire reconnaissent qu’ils doivent combler les besoins affectifs de leurs élèves avant de présenter la matière à l’étude. »

Cette réalité place les enseignants et enseignantes dans un rôle de substitut de façon très claire et réaffirme qu’ils ou elles ont avantage à considérer l’état affectif de leurs élèves dans leur planification.

Défi lié au contexte scolaire

Tel que mentionné au début du présent guide, il est important d'offrir une culture et un climat propices à l'apprentissage. Le milieu scolaire peut parfois être très intimidant pour certains élèves. Les différentes parties concernées ont un rôle important à jouer que ce soit contre l'intimidation entre pairs ou contre la propagation de la peur des mathématiques à l'école.

Sousa (2006, p. 126) fait un constat qui est bien connu du milieu éducationnel : « Un élève aura de la difficulté à se concentrer si un camarade le menace. Pour que les élèves se sentent physiquement en sécurité, les écoles doivent être exemptes d'intimidation entre pairs et de violence. »

Une autre source de stress à l'école peut être le cours de mathématiques lui-même. Les chercheurs et chercheuses rapportent que l'apprentissage des mathématiques est difficile parce que c'est une matière abstraite qui fait appel à une pensée logique et ordonnée; certains d'entre eux estiment que les divers symboles utilisés dans cette discipline rendent son apprentissage similaire à celui d'une langue étrangère. Il ne faut pas oublier les croyances populaires qui présagent que les élèves qui réussissent bien dans cette matière sont porteurs d'un gène spécifique : la bosse des mathématiques. Certains élèves peuvent s'identifier comme faibles en mathématiques et ne tentent même pas un effort de concentration devant un problème demandé; ils affichent plutôt une attitude défaitiste.

Bissonnette et Richard (2001, p. 49) concluent que : « Contrairement à ce que l'on a longtemps prétendu dans le monde de l'éducation, ce qui distingue les élèves performants de ceux qui éprouvent plus de difficultés n'est pas leur potentiel intellectuel, mais la démarche qu'ils utilisent pour réaliser les apprentissages appropriés. »

Il convient donc de se rappeler que l'adolescence est caractérisée par un manque de contrôle des émotions. L'enseignement des mathématiques, tout en tenant compte de ces dernières, peut permettre à l'élève non seulement d'acquérir des stratégies et des mécanismes qui l'aideront au plan personnel, mais aussi au plan académique.

Défi lié au contexte psychologique

Il est généralement accepté que l'adolescent ou l'adolescente est dominée largement par ses émotions. Toutefois, traditionnellement, certains diraient que l'école tient rarement compte des émotions dans son fonctionnement quotidien.

« Dans le contexte des écoles, l'émotion est souvent considérée secondaire à l'apprentissage au lieu d'être une partie intégrale de la connaissance qui est apprise […] On s'attend à ce que les enfants repoussent leurs émotions […] Dans cette perspective, les émotions sont vues comme une force qui dérange la bonne cognition et doit être régulée et supprimée au nom d'un jugement mature. »

(Sousa, 2010a, p. 75, traduction libre)

Cette vision est appelée à changer car les études scientifiques semblent tisser un lien indéniable entre l'émotion et la cognition**.**

« […] la neuroscience révèle qu'au lieu de travailler à éliminer l'émotion, l'apprentissage le plus efficace et efficient incorpore l'émotion dans le processus de connaissance cognitive qui se construit. En effet, les apprenants et apprenantes efficaces construisent des intuitions utiles et importantes qui guident leur pensée et leur processus de prise de décision […] L'apprentissage efficace n'implique pas la suppression des émotions mais plutôt la culture d'un état émotionnel qui est utile et informatif pour la tâche à exécuter. »

(Sousa, 2010a, p. 73, traduction libre)

On peut donc voir ici une nouvelle façon d'envisager l'impact des émotions sur l'apprentissage. Il est donc souhaitable de mettre les émotions au service de l'apprentissage.

Le profil psychologique de l'adolescent ou l'adolescente doit être considéré dans trois contextes :

- Contexte familial – une carence affective due à l'érosion de la famille
- Contexte scolaire – une présence de la pression des pairs
- Contexte psychologique – une dominance des émotions chez les adolescents et adolescentes

Une nouvelle équation

✓ Il semble que l'enseignement des mathématiques doit tenir compte d'une nouvelle variable importante : la science du cerveau.

✓ En langage mathématique, la science du cerveau ne peut plus être une inconnue dans le monde de l'enseignement des mathématiques.

2. RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

QU'EST-CE QUE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES?

Selon le programme-cadre de mathématiques au cycle intermédiaire : « Les processus mathématiques constituent les éléments essentiels d'une formation mathématique puisqu'ils appuient l'acquisition et la mise en application de la connaissance et des habiletés mathématiques. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b, p. 11)

Le programme-cadre identifie sept processus mathématiques :

- résolution de problèmes;
- communication;
- réflexion sur le caractère raisonnable des résultats;
- raisonnement;
- établissement de liens;
- sélection d'outils technologiques ou de matériel approprié;
- modélisation.

En tant que processus mathématiques, la résolution de problèmes fait partie intégrante de l'apprentissage des mathématiques. Son importance dans l'approfondissement de la réflexion et de la construction du savoir n'est plus l'objet de débat.

> « Une activité de résolution de problème peut exiger un effort soutenu chez l'élève, sans pour autant que la solution soit hors d'atteinte, tout en lui permettant de constater qu'il peut y avoir plus d'une façon d'arriver à la solution. Le travail en collaboration avec ses camarades peut s'avérer efficace surtout lorsque la complexité de la tâche assignée se situe au-delà du niveau des connaissances de l'élève. Les activités menant à la résolution d'un problème ne devraient nullement être circonscrites autour d'une solution unique, d'une seule façon de faire ou d'un travail en solitaire. »
>
> *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année, Mathématiques, 2005a, p. 18*

Si les mathématiciens font une différence entre une situation de résolution de problèmes et un exercice d'application mathématique (ou problème tout court), la pratique dans nos classes est loin de refléter cette différence.

Selon Jean Brun, « Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que si la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire […] » (citée dans Poirier, 2001, p. 6)

Par ailleurs, une autre définition proposée par le Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques (CFORP) intègre la dimension affective et émotive dont l'impact sur l'activité n'est pas négligeable, « Un problème, c'est une situation qui demande de répondre à une question ou d'accomplir une tâche sans que les moyens à utiliser soient connus. Il doit provoquer un état de déséquilibre de sorte que l'élève ait à fournir un effort intellectuel pour le résoudre. Un problème qui n'incite pas l'élève à réfléchir n'est pas jugé pertinent; c'est tout au plus l'application d'une procédure ou d'une technique. » (CFORP, 2002, p. 17)

Afin de mieux cerner la différence entre les deux catégories de problèmes, voici l'analyse de deux problèmes énoncés ci-dessous :

***Problème 1* :** Sébastien a acheté 20 cahiers à 2,50 $ l'unité et 10 stylos à 1,20 $ l'unité. Combien a-t-il payé au total?	Dans ce problème, l'élève identifie les données et l'inconnue, représente le problème sous forme d'équations et ensuite exécute de façon mécanique la procédure qui consiste en deux multiplications et une addition (20 × 2,50 $ + 10 × 1,20 $). La démarche de l'élève relève d'une simple répétition d'un procédé connu et mémorisé de calcul de coût.
***Problème 2* :** Détermine ce qui arrive au volume d'un cube, si on double la mesure de chacun de ses côtés.	Contrairement au *problème 1*, ce problème n'a aucune donnée numérique. La réaction quasi spontanée de l'élève est : « *Je ne sais pas par où commencer* », « *Ce problème n'a pas de solution* », etc. L'élève donne l'impression de n'avoir jamais vu le concept de volume. Il perd confiance et est en état de déséquilibre cognitif. Le risque de décrochage est possible.

La réaction de tout élève est bien le reflet des routines et pratiques en salle de classe. La pratique courante en mathématiques reste axée sur la transmission des connaissances que l'élève doit être prêt à reproduire lors de l'évaluation. Il ou elle est habitué à travailler sur des problèmes directs où l'application d'une formule ou d'un algorithme le mène tout droit au but, c'est-à-dire une valeur numérique (cas du Problème 1). Ce n'est pas la formule du volume d'un cube qui est en cause dans le Problème 2, mais l'incapacité de l'élève à investir le savoir, à faire des liens et surtout à généraliser.

Cette analyse donne une idée plus ou moins claire sur la différence entre les deux catégories de problèmes. En lisant ce document et d'autres ouvrages de référence, l'enseignant ou l'enseignante pourra mieux comprendre et maîtriser la distinction entre ces deux types de problème. Il ou elle comprendra que si l'élève n'est pas initié à ces types de problèmes, il manquera certainement à l'élève de stratégies nécessaires à la résolution de problèmes.

Il importe à l'enseignant ou l'enseignante d'être conscient qu'en se limitant uniquement aux activités contenues dans les manuels pédagogiques, très centrées sur l'application plus tôt que le raisonnement, il ou elle prive les élèves d'opportunités de faire les mathématiques autrement.

Voici en résumé quelques caractéristiques de chaque catégorie de problèmes :

Exercice d'application	Résolution de problèmes
- données numériques explicites	- données numériques très variées et parfois implicites
- appel à la mémoire	- analyse de la situation
- exécution de procédures, de formules	- interprétation des données
- réponse unique	- plusieurs réponses possibles
- nombre limité de stratégies	- plusieurs stratégies possibles
- ressemblance des problèmes	- évaluation du processus et du résultat
- application des connaissances	- intégration et transfert des connaissances

IMPORTANCE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Il est nécessaire que l'enseignante ou l'enseignant soit conscient de l'importance du processus de résolution de problèmes dans le développement du raisonnement mathématique de l'élève. Lorsque l'élève s'engage dans cette démarche, il ou elle fait appel à sa créativité, à sa capacité de raisonner et à son jugement. Il convient aussi de souligner que la résolution de problèmes tient compte du niveau de compétences atteint par chaque élève. Ce qui revient à faire de la différenciation.

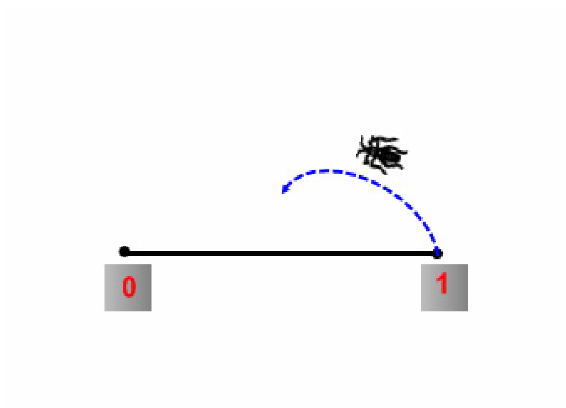
« La résolution de problèmes n'est pas seulement un objectif de l'apprentissage des mathématiques, c'est aussi l'un des principaux moyens d'apprendre les mathématiques. »

(National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 52, traduction libre)

Marian Small a utilisé le problème du criquet afin de démontrer l'importance et la pertinence du processus de résolution de problèmes.

Problème du criquet
Un criquet se déplace sur un segment de droite. Il part du point 1 et se rend au point 0. Il saute à chaque fois la moitié du chemin restant.

a) Où se trouve le criquet au premier saut?
b) Où se trouve le criquet au second saut?
c) Où se trouve le criquet au dixième saut?
d) Où se trouve le criquet au centième saut?
e) Où se trouve le criquet au nième saut?
f) Pourrat-il atteindre le point 0 ?
g) Explique pourquoi est ce possible ou impossible.



Ce problème a été soumis aux élèves de 5e année d'une école de la ville de New York (États-Unis). L'étude liée à ce problème consistait à observer les élèves, à les entendre discuter, à répondre à leurs questions sans pour autant leur donner de réponse, à les guider par un questionnement approprié, etc.

Les points saillants des résultats de cette étude sont les suivants :

- Pour tout élève, résoudre un problème se résume à insérer des données dans une formule mémorisée afin de trouver un résultat. Ni le processus, ni la vraisemblance du résultat ne comptent pour l'élève. Pourtant, dans la vie de tous les jours, la manière d'appréhender une situation est aussi importante, si non plus importante que le résultat.

- L’intensité de l’engagement des élèves croît avec les niveaux de difficulté rencontrée. Il est difficile de susciter un engagement de haut niveau pendant une activité routinière d’exécution d’algorithmes.
- La construction du savoir présuppose une responsabilisation de l’élève : l’élève fait appel à ses connaissances antérieures, établit des liens, fait des transferts, des déductions ou des généralisations.

La résolution de problèmes permet aux élèves[2] :

- d’apprendre des concepts mathématiques grâce à un contexte qui encourage l’acquisition et l’utilisation d’habiletés;
- d’améliorer leur raisonnement mathématique en explorant diverses idées mathématiques, en faisant des conjectures et en justifiant les résultats;
- d’établir des liens entre les divers concepts mathématiques;
- de représenter des idées mathématiques et de modeler des situations à l’aide de divers outils tels que du matériel concret, des dessins, des diagrammes, des nombres, des mots et des symboles;
- de s’engager dans diverses activités et de choisir les outils (matériel de manipulation, calculatrice, outils technologiques) et les stratégies de calcul appropriés;
- de réfléchir sur l’importance du questionnement dans le monde des mathématiques;
- de s’intéresser aux mathématiques et de se questionner sur leur utilisation dans le monde qui les entoure;
- de persévérer en affrontant de nouveaux défis;
- de formuler leurs propres explications et d’écouter celles des autres;
- de participer à des activités d’apprentissage ouvertes qui permettent l’utilisation de diverses stratégies de résolution;
- de développer des stratégies applicables à de nouvelles situations;
- de collaborer avec les autres pour élaborer de nouvelles stratégies.

La résolution de problèmes est un processus essentiel à l’apprentissage des mathématiques. Elle fait partie intégrante des attentes et des contenus des programmes-cadres de mathématiques pour les raisons suivantes :

- elle est la raison d’être des mathématiques dans la vie quotidienne;
- elle aide les élèves à acquérir de l’assurance en mathématiques;
- elle permet aux élèves d’apprendre à utiliser et à expliquer leurs propres stratégies et à reconnaître que plusieurs stratégies très différentes mènent à la même solution;

[2] Tiré du Guide d’enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année, 2006, fascicule 2, p. 5-6.

- elle permet aux élèves d'utiliser les connaissances acquises à la maison et d'établir des liens avec des situations quotidiennes;
- elle donne un sens aux habiletés à développer et aux concepts à assimiler;
- elle permet aux élèves de développer leur habileté à raisonner, à communiquer leurs idées, à faire des liens et à appliquer leurs connaissances;
- elle offre l'occasion d'utiliser les processus de la pensée critique (l'estimation, l'évaluation, la classification, l'établissement de relations, la formulation d'hypothèses, la justification d'une opinion et l'expression d'un jugement);
- elle permet aux élèves de comprendre que l'erreur offre des occasions de réexaminer une démarche, d'analyser un processus et de raisonner à un niveau plus élevé;
- elle favorise le partage de stratégies et d'idées dans un esprit de collaboration;
- elle aide les élèves à apprécier les mathématiques;
- elle offre à l'enseignant ou à l'enseignante d'excellentes occasions d'évaluer chez les élèves la compréhension des concepts et l'habileté à résoudre des problèmes, à appliquer des procédures et à communiquer des idées.

UTILISATION D'ÉVÉNEMENTS À RÉSULTATS INATTENDUS

Les événements à résultats inattendus sont fréquemment utilisés par les enseignants et enseignantes de sciences afin de rectifier des conceptions erronées qu'ont les élèves au sujet de certains concepts scientifiques. Dans une classe de sciences, l'enseignante ou l'enseignant peut faire une démonstration scientifique dont les résultats sont contraires à ceux attendus par les élèves. Cette expérience entraine un déséquilibre cognitif chez l'élève le motivant ainsi à utiliser le processus d'enquête et de recherche afin de réexaminer ses connaissances actuelles.

« L'enseignement à l'aide d'événements à résultats inattendus permet aux enseignants et aux enseignantes de confronter les conceptions erronées des élèves et de créer des déséquilibres cognitifs. » (Longfield, 2009, p. 268, traduction libre)

Selon Longfield (2009), lorsque les résultats sont différents de ceux prévus, les croyances tacites deviennent visibles et l'élève est motivé à réconcilier ses croyances antérieures à la lumière des nouveaux résultats obtenus, ce qui mène à une compréhension plus profonde des concepts à l'étude. Dans son article, Longfield introduit l'utilisation des événements à résultats inattendus dans les disciplines autres que les sciences. Elle présente des applications d'événements à résultats inattendus dans des cours de mathématiques et dans des cours d'histoire.

Les événements à résultats inattendus dans les cours de sciences sont bien orchestrés sous forme de démonstrations planifiées qui se font habituellement au début de la leçon afin de permettre aux élèves de développer des protocoles expérimentaux pour répondre aux nouvelles questions qu'ils se posent. L'utilisation des événements à résultats inattendus dans les cours de mathématiques peut aussi être volontairement orchestrée, mais elle peut aussi être impromptue lorsque l'élève se retrouve devant ce genre d'événement dans une situation de résolution de problèmes.

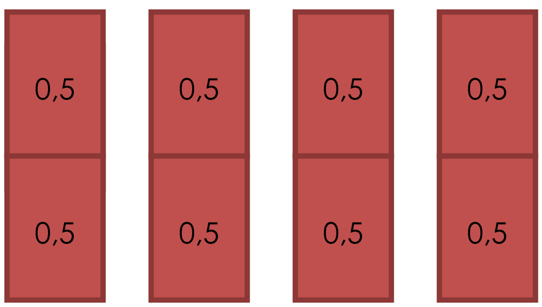
Voici certaines conceptions erronées que les élèves peuvent avoir au **cycle intermédiaire** :

1. La multiplication augmente toujours la valeur d'un nombre.
2. Le résultat de la division donne toujours un nombre plus petit.
3. On convertit les unités d'aire et de volume de la même façon dont on convertit les unités de longueur.
4. 1/8 a la même valeur que 0,8
5. La conversion des heures, des minutes et des secondes avec un système en base de 10 et non en base de 60.

L'enseignant ou l'enseignante peut présenter un événement imprévu comme 4 ÷ 0,5 = 8. Cet énoncé vient à l'encontre de la deuxième conception erronée présentée ci-dessus parce que pour l'élève, 8 est un nombre plus grand que 4, malgré le fait que 4 a été divisé par un nombre.

Les élèves peuvent donc utiliser différentes stratégies de résolution de problèmes, du matériel de manipulation ou des outils technologiques afin de confronter leur déséquilibre cognitif et de rectifier leur conception de la signification intrinsèque du concept de la division. Les élèves n'utiliseront pas nécessairement tous la même stratégie pour arriver à expliquer l'énoncé. Certains retourneront à la définition du concept de la division et reformuleront l'énoncé de la façon suivante : « Combien de fois 0,5 peut entrer dans 4 entiers ou combien y a-t-il de 50 ¢ dans 4 $? »

Certains utiliseront ensuite du matériel de manipulation afin d'arriver à trouver une réponse à cette question :



L'élève pourra donc conclure qu'il est tout à fait normal d'obtenir un résultat de 8. En effet, il faut 8 blocs de 5 dixièmes pour obtenir 4 entiers. L'élève pourra mettre sa nouvelle conception à l'essai avec d'autres nombres comme des fractions propres, des pourcentages et des entiers négatifs pour tirer une conclusion.

MODIFICATION DES PROBLÈMES

Un problème simple peut être modifié ou révisé pour créer une situation de résolution de problèmes. Toute situation de résolution problèmes possède les trois caractéristiques suivantes :

- Il exige plus qu'un rappel de faits ou que la répétition d'une procédure.
- Les élèves peuvent apprendre quelque chose en y répondant, et l'enseignant ou l'enseignante apprend des choses sur ses élèves grâce à leurs réponses.
- Plusieurs réponses peuvent être acceptables.

(Sullivan, 2010, p. 9).

> *« Pour favoriser chez l'élève le développement de l'esprit mathématique, il ne suffit pas de lui donner des problèmes toujours plus difficiles. Il importe de mettre l'accent sur la compréhension en lui demandant d'expliquer ce qu'il ou elle fait, d'approfondir ses justifications et de toujours chercher à savoir s'il n'y a pas une meilleure façon de réaliser la tâche. »*
>
> (Stenmark et Bush, 2001, p. 4, traduction libre)

Voici un exemple de modification du problème 1 présenté à la page 43 : Pour sa rentrée scolaire, Sébastien a acheté des cahiers à 2,50 $ l'unité et des stylos à 1,20 $ l'unité. Il a payé au total 50,70 $. Combien a-t-il acheté de cahiers et de stylos ?

La modification du Problème 1 est la suivante : le coût total est donné, mais le nombre d'articles ne l'est pas. Cette modification, apparemment bénigne, influe sur la nature et la complexité du problème.

Contrairement au problème original, le problème modifié place l'élève dans une situation de déséquilibre : « Je ne sais pas par où commencer ». En effet, l'élève est habitué à travailler sur des problèmes directs où l'application d'une formule ou d'un algorithme le mène tout droit au but, au résultat. La version modifiée encourage l'élève à utiliser plus d'une stratégie et à obtenir plus d'une solution.

Voici deux exemples de solutions possibles :

Tableau 1

2,50 $ par cahier, 1,20 $ par stylo. Total 50,70 $.

L'élève commence par faire varier le nombre de cahiers, et estime ensuite le nombre de stylos nécessaire pour arriver au coût total.

Nombre de cahiers	Prix de cahiers	Nombre de stylos	Prix de stylos	Coût total
20	50,00	0	0,00	50,00
19	47,50	2	2,40	49,90
18	45,00	4	4,80	49,80
17	42,50	6	7,20	49,70
16	40,00	9	10,80	50,80
15	**37,50**	**11**	**13,20**	**50,70**

Tableau 2

2,50 $ par cahier, 1,20 $ par stylo. Total 50,70 $.

L'élève commence par faire varier le nombre de stylos, et estime ensuite le nombre de cahiers nécessaire pour arriver au coût total.

Nombre de cahiers	Prix de cahiers	Nombre de stylos	Prix de stylos	Coût total
0	0,00	42	50,40	50,40
1	2,50	41	49,20	51,70
1	2,50	40	48,00	50,50
2	5,00	39	46,80	51,80
2	5,00	38	45,60	50,60
2	5,00	37	44,40	49,40
3	**7,50**	**36**	**43,20**	**50,70**

MÉTHODES POUR CRÉER DES SITUATIONS DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Il revient à l'enseignant ou l'enseignante de présenter aux élèves différents genres de problèmes qui suscitent leur intérêt et leur offrent un défi. Des situations variées de résolution de problèmes provoquent un déséquilibre cognitif qui incite les élèves à analyser chacune des situations, à effectuer un raisonnement mathématique et à choisir une stratégie de résolution appropriée en utilisant leurs connaissances antérieures et en faisant des liens avec des problèmes connus. La section suivante résume ces genres de problèmes et présente deux méthodes pour créer une situation de résolution de problèmes :

Liste de différents genres de problèmes (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, fascicule 2, p. 28)
• problèmes sans nombres • problèmes dont la solution se trouve en suivant des directives (comme dans une recette) • problèmes exigeant une recherche d'information (toutes les données ne sont pas présentées) • problèmes où il faut interpréter des données dans des diagrammes ou des tableaux • problèmes contenant des données superflues • problèmes où l'on doit faire un classement • problèmes où l'on doit utiliser un modèle (p. ex., reproduire une construction à trois dimensions) • problèmes à plusieurs étapes (p. ex., réaliser une maquette) • problèmes où il faut tracer des diagrammes • problèmes où l'on doit utiliser des formules • problèmes à inventer à partir des données fournies • problèmes à réponses personnalisées (p. ex., construire un dallage ou une mosaïque) • problèmes qui demandent une réponse approximative • problèmes à plusieurs solutions

Voici deux méthodes pour créer une situation de résolution de problèmes (Sullivan, 2010, p. 9-11).

Méthode 1 : Commencer par la fin. Il s'agit d'un processus en trois étapes.

Étape 1	Définir le sujet	Étude de la moyenne
Étape 2	Écrire une question fermée et la réponse	Âges des enfants : (3, 8, 9, 10, 15). Moyenne est 9 ans.
Étape 3	Formuler une question qui porte sur la réponse trouvée à l'étape 2. Ou Adapter la question conventionnelle	L'âge moyen de 5 enfants est de 9 ans. Quel est l'âge de chaque enfant?

Méthode 2 : Adapter la question conventionnelle.

Étape 1	Définir le sujet	Étude de quadrilatère (formes géométriques)
Étape 2	Réfléchir à une question conventionnelle	Qu'est-ce qu'un carré?
Étape 3	Adapter la question conventionnelle	Que peux-tu écrire à propos de ce carré?

Exemples de modification de problèmes[3]

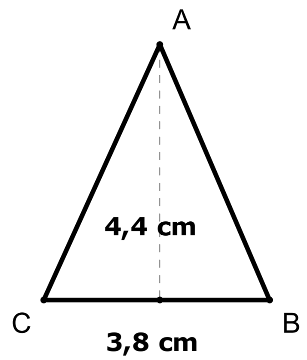
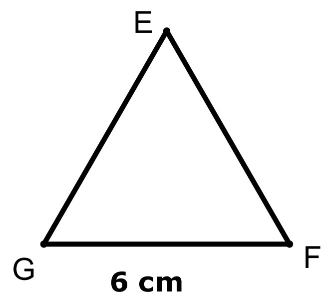
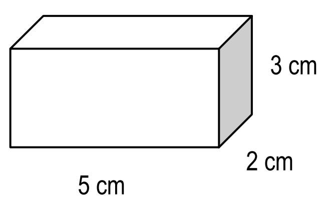
Problème initial	Problème modifié	Explication
Exemple 1 : Patrick a dans sa collection 8 voitures à 4 roues et 5 camions à 6 roues. Calcule le nombre total de roues de ces 13 autos miniatures.	Patrick a dans sa collection 8 autos miniatures constituées de voitures à 4 roues et des camions à 6 roues. Le nombre total de roues est de 44. Calcule le nombre de voitures et le nombre de camions.	Le problème modifié permet d'explorer davantage le concept de multiplication. L'élève fait appel à ses capacités pour trouver une stratégie appropriée.
	Patrick a dans sa collection des voitures à 4 roues et des camions à 6 roues. Le nombre	Le fait que le nombre total d'autos n'est pas donné ajoute une difficulté supplémentaire. Le problème peut avoir

[3] Certains de ces problèmes sont inspires de Sullivan (2010)

Problème initial	Problème modifié	Explication
	total de roues est de 44. Calcule le nombre de voitures et le nombre de camions.	plusieurs solutions théoriques. En ajoutant d'autres contraintes, comme le coût maximal, on fait appel aux habiletés supérieures de la pensée.
Exemple 2 : Sébastien a acheté 20 cahiers à 2,50 $ l'unité et 10 stylos à 1,20 $ l'unité. Combien a-t-il payé au total?	Pour sa rentrée scolaire, Sébastien a acheté des cahiers à 2,50 $ l'unité et des stylos à 1,20 $ l'unité. Il a payé au total 50,70 $. Combien a-t-il acheté de cahiers et de stylos ?	La démonstration peut se faire avec un tableur (voir les tableaux à la page 51**)**. Cet outil permet une certaine flexibilité pour manipuler les nombres.
Exemple 3 : Calcule 1/ 4 + 1/ 4 =	L'addition de deux fractions donne 1/ 2. Quelles peuvent être ces deux fractions?	L'enseignant ou l'enseignante doit vérifier si les élèves procèdent par tâtonnement (par essais et erreurs) ou raisonnement mathématique. Le raisonnement logique est basé sur les équivalences. Les élèves doivent trouver des fractions équivalentes : 1/2 = 2/4, 3/ 6, 4/ 8, 5/10, etc. Le numérateur de la fraction équivalente doit être supérieur ou égal à 2 pour obtenir deux fractions. L'élève peut aussi utiliser la droite numérique.
	L'addition de trois fractions donne 1/ 3. Quelles peuvent être ces trois fractions?	Logiquement, on cherche une fraction équivalente dont le numérateur est supérieur ou égal à 3 pour avoir trois fractions.
Exemple 4 : Anna a changé 4 000 dollars canadiens en dollars américains. Détermine le montant d'argent	Anna a changé 4 000 dollars canadiens en dollars américains. Détermine le montant d'argent qu'elle	L'élève doit chercher elle-même le taux de change du jour, et ensuite faire le choix de l'opération appropriée, une division.

Problème initial	Problème modifié	Explication
qu'elle obtient, sachant que le taux de change est de 0,95 (soit 1 $US pour 0,95 $CA).	obtient, en dollars américains.	
	En prévision d'un voyage pour les États-Unis, Anna a changé 4 000 dollars canadiens en dollars américains le 31 janvier 2011. Ayant annulé son voyage, elle récupère son argent en dollars canadiens le 23 juillet 2011. A-t-elle perdu ou gagné de l'argent?	L'élève doit chercher les taux de change aux dates indiquées. Elle fait deux conversions successives, du dollar canadien au dollar américain et enfin du dollar américain au dollar canadien. Enfin, elle fait la comparaison entre les deux montants en dollars canadiens. L'historique des taux de change est affiché sur différents sites (p. ex., Banque du Canada,) : 31 janvier 2011 : 1 $US pour 1 $CA 23 juillet 2011 : 1 $US pour 0,95 $CA Source : http://www.banqueducanada.ca/taux/taux-de-change/recherche-dix-dernieres-annees/
Exemple 5 : Jacques veut s'acheter une paire de chaussures. Le prix initial (affiché) est de 80 $. Combien va-t-il payé si la taxe est de 13 %.	Jacques veut s'acheter une paire de chaussures. Le prix initial (affiché) est de 80 $. Combien va-t-il payer si le rabais est de 25 %?	L'élève doit réaliser qu'il doit d'abord calculer le prix après un rabais de 25 %, et ensuite ajouter le montant correspondant à la taxe de 13 %.
	Jacques a payé un montant de 90,40 $ (taxe comprise) pour une paire de chaussures. Quel est le prix initial (affiché) de la paire de chaussures?	L'élève doit réaliser qu'il s'agit d'un problème inverse. Si la taxe est de 13 %, le prix final correspond à 100 % + 13 %, soit 113 %. Le raisonnement proportionnel s'applique dans ce cas.
	Jacques a payé un montant de 67,80 $ (taxe et rabais compris) pour une paire de	L'élève doit réaliser qu'il s'agit d'un problème inverse avec deux niveaux de pourcentage : le rabais suivi de la taxe.

Problème initial	Problème modifié	Explication
	chaussures. Le magasin offre un rabais de 25 %. Quel est le prix initial (affiché) de la paire de chaussures?	Il calcule d'abord le prix intermédiaire avec la taxe de 13 %, ensuite il calcule le prix initial avec le rabais de 25 %. Il s'agit d'un problème à plusieurs étapes. Il relève de l'habileté de la pensée.
Exemple 6 : Calcule le périmètre d'un rectangle dont la base mesure 5 unités de mesure de longueur et la hauteur 3 unités.	Un rectangle a un périmètre de 30 unités de mesure de longueur. Quelle peut-être son aire? **N.B. Utiliser les entiers**	Raisonnement inverse : l'élève part du périmètre et décompose le nombre. Il obtient plus d'un rectangle ayant un même périmètre (14,1); (13,2); (8,7). Ensuite, il ou elle calcule les différentes aires. Par un questionnement approprié, l'élève établit le lien entre l'aire d'un rectangle et son périmètre. Il ou elle constate que pour un même périmètre le carré a une aire plus grande. C'est un exemple de problèmes d'optimisation.
	L'aire d'un rectangle est de 36 unités d'aire. Quel peut-être son périmètre? **N.B. Utiliser les entiers**	Raisonnement inverse : l'élève cherche les diviseurs de 36 et ensuite calcule le périmètre correspondant. Il ou elle établit le lien entre l'aire d'un rectangle et son périmètre. Il ou elle constate que pour une même aire, le carré a un périmètre plus petit.
Exemple 7 : Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous.	Le triangle EGF est équilatéral. Calcule son aire.	Pour calculer l'aire d'un triangle, il faut d'abord déterminer le couple base et hauteur. L'élève décompose le triangle

Problème initial	Problème modifié	Explication
		EFG en deux triangles rectangles. Il ou elle se sert du théorème de Pythagore pour déterminer la hauteur et finalement l'aire. L'élève utilise le théorème de Pythagore comme un outil et non pas comme simple formule.
Exemple 8 : Détermine ce qui arrive au volume du prisme ci-dessous si on double la mesure de chacun de ses côtés. 	Détermine ce qui arrive au volume d'un prisme à base rectangulaire, si on double la mesure de chacun de ses côtés.	La difficulté provient du fait que les dimensions du prisme ne sont pas données. Il s'agit ici de faire l'expérience pour deux ou trois prismes à base rectangulaire, de constater la régularité et enfin de généraliser. C'est un exemple de raisonnement par déduction (on part de cas particuliers pour arriver au cas général).

ENSEIGNEMENT PAR ET POUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Les situations de résolution de problèmes que l'on fait vivre aux élèves peuvent servir à plus d'une fin. Dans un climat d'enseignement efficace, on poursuit simultanément l'enseignement *par* et *pour* la résolution de problèmes (l'annexe 2.3 présente une situation-problème intégrant l'enseignement ***par*** et ***pour*** la résolution de problèmes).

> *« Un programme-cadre axé sur la résolution de problèmes exige un rôle différent de l'enseignant ou de l'enseignante en salle de classe. Plutôt que de diriger la leçon du début à la fin, il ou elle doit donner aux élèves le temps nécessaire pour analyser les problèmes, chercher leurs propres stratégies et solutions, et évaluer la vraisemblance de leurs résultats. Même si la présence de l'enseignant ou de l'enseignante demeure essentielle, l'accent doit être mis sur le processus de réflexion des élèves. »*
>
> (Burns, 2000, p. 29, traduction libre)

Dans l'enseignement ***par*** la résolution de problèmes, l'un des principaux buts est d'explorer, de développer et de démontrer la compréhension d'un concept mathématique.

Dans l'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes, le but premier est de guider les élèves à travers les étapes du processus et des stratégies de résolution de problèmes. Le tableau suivant permet de comprendre qu'une situation de résolution de problème peut permettre d'atteindre deux objectifs :

Un problème, deux objectifs

Situation de résolution de problèmes	
Dans le but de favoriser l'acquisition d'un **concept**, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes : • Quelles sont les connaissances antérieures des élèves par rapport à la situation et aux concepts présentés? • Est-ce que les élèves comprennent? • Comment se manifeste cette compréhension? • Le concept doit-il être revu? • Est-ce que les élèves établissent des liens? • Comment les élèves communiquent-ils leur compréhension? • S'il y a incompréhension, quel aspect du concept n'est pas compris?	Dans le but d'encourager l'acquisition de **processus** et de **stratégies**, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes : • Est-ce que les élèves comprennent le problème? • Quelles stratégies les élèves utilisent-ils? • La stratégie est-elle efficace? • Comment les élèves représentent-ils leurs idées? • Est-ce que les élèves partagent leurs stratégies avec les autres? • Est-ce que les élèves suivent un processus logique pour résoudre le problème? • Est-ce que les élèves sont conscients de leur processus de réflexion (métacognition)? • Quelle attitude les élèves ont-ils tout au long du processus?

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, fascicule 2, p. 8)

ENSEIGNEMENT *PAR* LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'enseignement ***par*** la résolution de problèmes consiste à aider les élèves à comprendre les concepts et les processus mathématiques en leur proposant des situations de résolution de problèmes engageantes. Il est très important de réaliser que l'enseignement ***par*** la résolution de problèmes demande du recul de la part de l'enseignant ou de l'enseignante qui désire tout montrer, voire tout faire. Il ou elle doit plutôt accompagner les élèves dans leur recherche de solution en les incitant à réfléchir, à se questionner et à développer leurs propres stratégies pour résoudre le problème. Les élèves sont actifs dans leur apprentissage et, lors de l'échange mathématique, utilisent différentes représentations (p. ex., illustrations, diagrammes, graphiques, modèles, matériel de manipulation) pour confirmer leur compréhension des concepts et des processus. Ce temps d'échange est un temps d'objectivation pendant lequel les élèves confrontent leurs idées et tentent de comprendre la démarche des autres dans le but de consolider leur apprentissage.

> *« L'enseignement **par** la résolution de problèmes est une approche intuitive d'enseignement pour ceux et celles qui croient que les élèves apprennent mieux en confrontant des idées qui exigent d'établir de nouveaux liens par eux-mêmes. »*
>
> (Small, 2009, p. 37, traduction libre)

Traditionnellement, le moyen le plus commun de partager un savoir ou d'enseigner un concept est pour l'enseignant ou l'enseignante de le communiquer, de l'expliquer d'une façon logique avec plusieurs exemples aux élèves. Cette pédagogie de l'enseignement perçoit l'enseignant ou l'enseignante comme une sommité en mathématique; les faits ou algorithmes sont vrais parce que *Madame* ou *Monsieur* l'a dit et les élèves se doivent de les répéter ou de les apprendre. Cette façon de procéder n'assure pas une compréhension conceptuelle des concepts mathématiques malgré toute l'expertise démontrée par l'enseignant ou l'enseignante.

L'enseignement ***par*** la résolution de problèmes place les élèves dans un contexte, dans une situation de problème qu'ils doivent résoudre. Ils sont à la recherche d'une solution, mais pour la trouver ils doivent travailler avec des faits, des données et des quantités. Ils doivent aussi établir des liens, faire des inférences et donner un sens aux concepts mathématiques en utilisant diverses stratégies.

> *« […] Ce qui signifie que les activités doivent être structurées afin de permettre de traiter des questions mathématiques qui ont un sens pour les élèves dans le contexte de problèmes qu'ils tentent de résoudre. »* (Lampert. 1992, p. 307, traduction libre)

Sommaire d'une activité présentée par Magdalene Lampert (1992, traduction libre)

Problème

Décrire les relations entre les valeurs *x* et *y* qui figurent dans ce tableau :

x	*y*
8	4
4	2
2	1
0	0

Discussion

Élyse : *Il y a plusieurs règles que l'on pourrait utiliser … diviser par 2 et … moins une demie.*

Plusieurs mains d'élèves se lèvent spontanément suite à cette remarque.

Enseignante : *Que veux-tu dire par « une demie »?*

Élyse : *Quatre*

Enseignante : *Tu penses que ce sera quatre ? Qu'en pensez-vous. Discutons de vos différentes idées.*

Marco : *Oui, je suis d'accord. Moins ½, c'est pareil à 8 moins 4.*

Mélissa : *Non, non, 8 moins ½ est égal à 7 ½.*

Samir : *Je suis d'accord avec Mélissa. ½ ce n'est même pas 1.*

Christina : *Je suis d'accord avec la demie, mais on doit dire que c'est huit, moins la demie de huit.*

Liens avec la résolution de problèmes

La première élève (Élyse) a énoncé une conjecture : deux différentes opérations mathématiques auraient le même effet sur un ensemble de variables. Faire des conjectures entre ces relations est l'essence même de la compréhension conceptuelle des mathématiques. L'échange qui suit permet de valider la conjecture, d'établir des preuves, de clarifier ou préciser les relations perçues tout en permettant d'identifier la compréhension de chaque élève.

Rôle de l'enseignant ou l'enseignante :

permettre et faciliter l'échange, la conversation;

respecter chaque élève et son droit à expliciter sa façon de voir le problème;

faire vivre le processus de recherche d'une solution;

accepter ces intuitions mathématiques, ces conjectures souvent mal articulées comme une partie essentielle de l'activité;

aide les élèves à surmonter les difficultés éprouvées.

« Afin de juger si les mathématiques sont enseignés et appris d 'une façon responsable, on doit s'assurer que les habiletés et les connaissances acquises permettent aux élèves de vraiment faire des mathématiques. Et l'on doit considérer non seulement les attentes mais aussi les stratégies pédagogiques, car les élèves apprennent ce que signifie vraiment de comprendre une chose grâce aux interactions qu'ils ont avec le concept et l'enseignant ou l'enseignante. »

(Magdalene Lampert, 1992, p. 295, traduction libre)

ENSEIGNEMENT *POUR* LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes a pour objet de faire explorer et développer des stratégies et des processus de résolution de problèmes. Bien que les élèves résolvent certains problèmes de façon naturelle, ils ont besoin de conseils sur la manière d'organiser leur pensée et d'aborder de nouvelles situations de résolution de problèmes. L'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes permet aux élèves et à l'enseignant ou à l'enseignante de collaborer pour créer des stratégies et de discuter, de manière formelle et informelle, des stratégies utilisées pour résoudre des problèmes.

Dans le cadre de l'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante donne aux élèves des occasions de résoudre des problèmes intéressants et stimulants. À toutes les étapes du processus de résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante et les élèves discutent de leur façon de penser, de leur raisonnement et des stratégies qu'ils ont utilisées pour arriver à une solution.

L'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes et l'enseignement ***par*** la résolution de problèmes ont souvent lieu simultanément, et il est souhaitable qu'il en soit ainsi. Pendant que les élèves résolvent un problème, l'enseignant ou l'enseignante devrait intégrer la discussion sur les processus et les stratégies à celle portant sur les concepts mathématiques. Certains élèves ont cependant besoin d'occasions plus ciblées pour apprendre à résoudre des problèmes. Tout enseignement portant sur la résolution de problèmes doit sans cesse les inciter à développer leur propre manière de résoudre les problèmes. Ils apprennent de nouvelles stratégies en écoutant et en voyant les stratégies utilisées par les autres élèves, puis en ayant l'occasion de discuter du bien-fondé de ces stratégies.

L'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes consiste à utiliser des problèmes variés, en reconnaissant le rôle et les limites du modèle de résolution de problèmes, en facilitant l'exploration et le partage des stratégies élaborées par les élèves et en trouvant des moyens de les amener à devenir capables d'énoncer eux-mêmes des problèmes.

> *Apprendre à mieux résoudre les problèmes est un processus de développement progressif qui exige de traiter des problèmes qui posent un défi et qui sont parfois frustrants.*
>
> (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-11, traduction libre)

Lorsque l'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes est au premier plan, le modèle de résolution de problèmes et ses étapes sont clairement établis. Le modèle de résolution le plus couramment utilisé est le processus en quatre étapes : comprendre le problème, concevoir un plan, exécuter le plan et examiner la solution retenue. (voir les pages suivantes)

Voici quelques exemples pour actualiser l'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes dans la salle de classe :

- **Des défis quotidiens** peuvent servir à inciter les élèves à résoudre régulièrement des problèmes. L'enseignant ou l'enseignante leur propose un problème intéressant à résoudre, soit à un moment précis de la journée, soit lorsque l'occasion se présente durant une période de cours.
- **Un coin ou un babillard réservé à la résolution de problèmes** est un endroit dans la classe où afficher des problèmes intéressants. L'enseignant ou l'enseignante accorde un temps aux élèves pendant la journée ou pendant la semaine pour visiter le coin et résoudre un problème. À un moment donné, la classe se rassemble pour discuter du problème, partager les stratégies, écouter et voir les stratégies utilisées par les autres élèves, évaluer les solutions et parfois résoudre le problème en groupe.
- **Des « olympiades » en résolution de problèmes** peuvent être organisées avec l'ensemble des classes de l'école ou d'un niveau. L'école peut organiser une journée ou une semaine mathématique pendant laquelle des défis mathématiques ou des compétitions entre classes ou équipes (p. ex., génies en herbe) se déroulent.

L'une des raisons d'être de l'enseignement ***pour*** la résolution de problèmes est d'aider les élèves à acquérir un processus mental leur permettant de savoir comment aborder une tâche de résolution de problèmes et persévérer dans l'effort. Tout en ayant de bonnes connaissances des concepts mathématiques, les élèves peuvent encore avoir des difficultés à les appliquer aux activités de résolution de problèmes, faute d'avoir intériorisé un modèle qui les guide tout du long du processus à suivre.

Un climat de classe agréable est essentiel au développement de la confiance des élèves en leur capacité à résoudre des problèmes.

(Payne, 1990, p. 41, traduction libre)

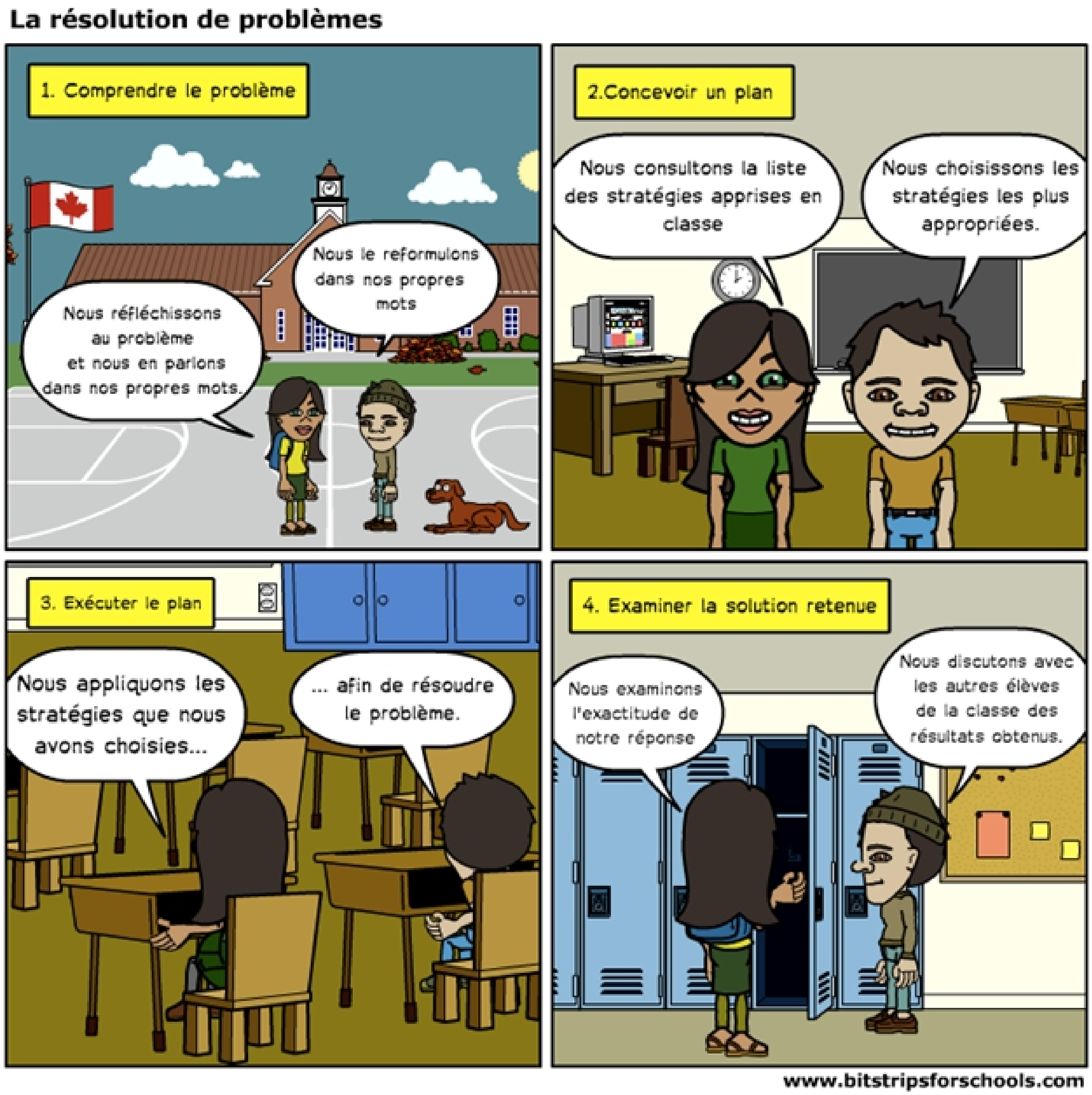
PROCESSUS DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Il y a des processus de résolution de problèmes propres à différents domaines des mathématiques. Par exemple, en *Traitement des données et probabilité*, la démarche privilégiée pour résoudre une situation-problème est celle généralement associée au processus d'enquête. Cette démarche suit pratiquement les mêmes étapes que celles utilisées en résolution de problèmes dans les autres domaines d'étude en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à faire le lien entre ces étapes.

Le modèle de processus de résolution de problèmes proposé par George Polya en 1957 est encore utilisé de nos jours dans les cours de mathématiques. Ce modèle inclut quatre étapes :

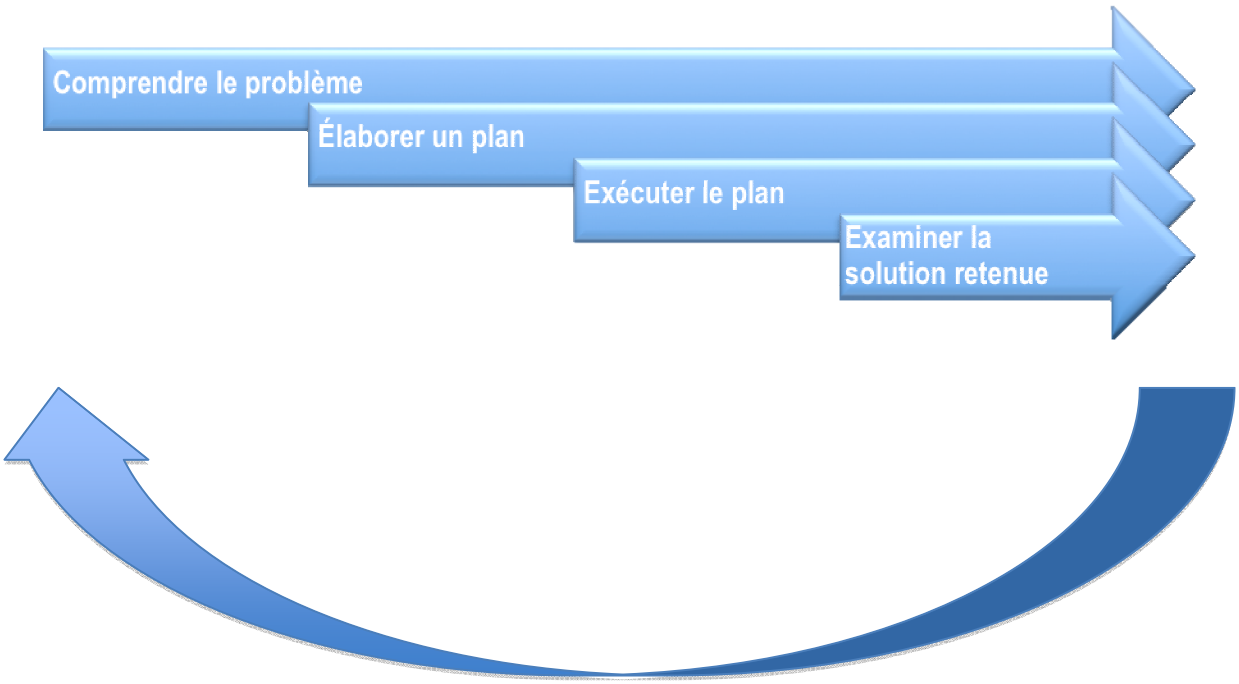
1. Comprendre le problème
2. Concevoir un plan
3. Exécuter un plan
4. Examiner la solution retenue

Bien qu'il soit possible de préparer des affiches grand-format pour que les quatre étapes soient toujours à la vue des élèves, il est avantageux de permettre à l'élève d'exprimer sa propre compréhension des quatre étapes que ce soit à l'oral, à l'écrit ou à l'aide de dessins. Voici un exemple de bande dessinée faite avec le logiciel « Bitstrips pour Écoles », un service Web dont la licence a été achetée par le Ministère de l'éducation de l'Ontario.



« Le modèle de Polya peut aussi être trompeur si on le suit au pied de la lettre. Sauf pour certains problèmes simples, il est rarement possible de suivre les étapes dans l'ordre indiqué. Les élèves qui croient pouvoir procéder une étape à la fois risquent d'être aussi décontenancés que s'ils n'avaient pas de modèle. »
(Reys et coll., 2001, p. 95, traduction libre)

Il faut donc éviter de présenter le modèle de Polya à l'élève comme un processus linéaire où chaque étape doit être fait une après l'autre sans chevauchement et sans possibilité de revenir en arrière. En réalité, le processus de résolution de problème est beaucoup plus holistique et l'élève pourra parfois travailler à plus d'une étape à la fois et pourra passer à une étape suivante sans avoir terminé la dernière et revenir en arrière lorsque nécessaire. Par exemple, un élève pourra commencer à élaborer un plan et avant même de l'avoir terminé, passer à son exécution partielle et revenir en arrière pour peaufiner son plan. C'est pourquoi il serait préférable de représenter le cycle de processus sous forme d'un cycle dans lequel l'élève peut passer d'une étape à l'autre, revenir en arrière et même recommencer le processus si nécessaire.



Modèle en quatre étapes de Polya

Étapes du modèle de Polya	Implications pédagogiques
• **Comprendre le problème** *Qu'est-ce que j'ai à faire ou à chercher?*	Encourager les élèves à réfléchir, à parler du problème et à le reformuler dans leurs propres mots avant de travailler avec du matériel de manipulation ou de tenter une solution.
• **Concevoir un plan** *Comment vais-je procéder?* *Qu'est-ce que je peux utiliser?*	Il faut aider les élèves à élaborer un plan. Ils doivent comprendre que tous les plans sont provisoires et peuvent être modifiés au cours du processus. Ils peuvent examiner les stratégies possibles. Leur suggérer, par exemple, de consulter les différentes stratégies affichées dans la classe peut être utile. Il n'est pas nécessaire que les élèves mettent le plan par écrit. Toutefois, il est important qu'ils soient capables de le verbaliser. Pour plusieurs élèves, cette étape se déroule de manière informelle.
• **Exécuter le plan** *Quelles stratégies vais-je utiliser?*	À cette étape, les élèves utilisent des stratégies afin de trouver une ou des solutions au problème, comme faire un dessin ou travailler avec du matériel de manipulation. Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante doivent à cette étape susciter une meilleure compréhension tout en évitant de « résoudre » le problème pour les élèves. Il faut encourager les élèves à persévérer en leur offrant des suggestions pour les aider à sortir d'une impasse (p. ex., « As-tu demandé à Catherine si elle a une idée? Regarde les différentes stratégies affichées dans la classe pour voir si tu pourrais t'y prendre autrement. Est-ce que tu connais un problème semblable à celui-ci? ») ou à utiliser leurs propres stratégies. Elles peuvent leur permettre de résoudre le problème et de mieux démontrer leur compréhension.
• **Examiner la solution retenue** *La stratégie utilisée est-elle appropriée?* *Comment puis-je vérifier l'exactitude ou la vraisemblance de ma réponse?*	C'est l'étape de la mise en commun des idées. Grâce aux échanges, les élèves réalisent que diverses stratégies peuvent être utilisées et commencent à les évaluer de manière critique afin de déterminer celle qui serait la plus appropriée pour résoudre le problème (p. ex., la plus efficace, la plus facile à comprendre). L'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse, l'efficience de leur démarche et les aider à développer des stratégies pour ce faire.

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, fascicule 2, p.43)

STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Les stratégies de résolution de problèmes sont des méthodes particulières utilisées pour résoudre les problèmes. Il est important que l'enseignant ou l'enseignante les connaisse. Aux cycles préparatoire et primaire, il est préférable que les élèves explorent les stratégies dans le contexte de la résolution de problèmes au quotidien plutôt que dans le cadre d'enseignement formel des stratégies proprement dites. Un tel enseignement formel n'encourage pas nécessairement les élèves à bien résoudre les problèmes, à se montrer capables d'utiliser les stratégies de résolution avec souplesse et à atteindre « le but ultime, qui est de résoudre des problèmes de manière indépendante ou autonome » (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-15, traduction libre). La compétence des élèves en résolution de problèmes s'accroît au fur et à mesure qu'ils travaillent avec leurs camarades à résoudre des problèmes et à discuter des diverses stratégies utilisées.

> *« Les élèves doivent prendre connaissance de nouvelles stratégies à mesure qu'ils en ont besoin et l'enseignant ou l'enseignante qui modèle une stratégie doit encourager les élèves à la prendre en note. Par exemple, lorsqu'un ou une élève partage une solution avec la classe en précisant comment il ou elle l'a trouvée, l'enseignant ou l'enseignante peut identifier la stratégie en disant : « On dirait que tu as trouvé la solution en faisant une liste ordonnée. Y a-t-il quelqu'un qui a résolu le problème d'une autre manière? »*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 57, traduction libre)

Au **cycle intermédiaire** comme au **cycle moyen**, les élèves construisent leurs apprentissages à partir de leurs connaissances antérieures; ils sont de plus en plus aptes à choisir les stratégies les plus appropriées ou à utiliser des stratégies personnelles efficaces pour résoudre un problème. Il est toutefois très important que ces stratégies soient perçues comme un outil pour apprendre les mathématiques et non comme un truc pour faciliter la tâche.

> *Les stratégies ne sont pas apprises à un moment précis ou au cours d'une seule leçon. Les enfants les utiliseront lorsqu'ils seront prêts. Nous structurons les situations qui favorisent cette utilisation tout en comprenant que l'enfant doit décider de les utiliser.*
>
> (Trafton et Thiessen, 1999, p. 44, traduction libre)

En mathématiques, plusieurs chercheurs et chercheuses ont identifié une liste de stratégies qui se sont montrées utiles dans diverses situations de résolution de problèmes. Il est important d'identifier ces stratégies, de les afficher sous forme de référentiel à la vue de tous. Les élèves peuvent la consulter, discuter des diverses stratégies et les utiliser fréquemment. Comme Small le mentionne (2009), cette liste devient un menu duquel les élèves peuvent choisir devant une nouvelle situation de problèmes et ne savent pas trop comment procéder. Cette liste n'est pas exhaustive et toutes ces stratégies ne sont pas utilisées dans toutes les années d'études.

> *« Il est important de comprendre qu'une stratégie doit être discutée explicitement avec les élèves, préférablement de façon informelle, après qu'un élève ait choisi de s'en servir. »*
>
> (Small, 2009, p.41, traduction libre)

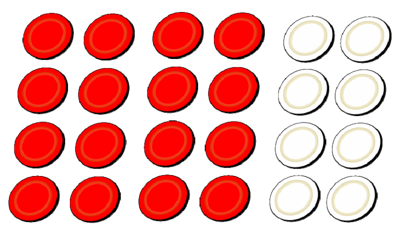
Stratégies avec matériel concret ou semi-concret

Le fascicule 2 des guides des cycles **primaire et moyen** présentent des stratégies simples et appropriées où le mouvement, l'expression dramatique et le graphisme jouent un rôle primordial. Ces stratégies ont aussi leur raison d'être au **cycle intermédiaire** pour visualiser et pour donner un sens à certaines notions non comprises par les élèves, et à des concepts plus abstraits. Elles continuent d'être utiles pour les élèves.

- **Mimer ou jouer la situation problème**

De nombreux problèmes se prêtent au mime ou à un jeu de rôle. Pour plusieurs élèves, mimer ou jouer une situation la rend plus authentique et facile à comprendre. **Exemple de problème** Chaque membre des équipes scolaires de ballon-panier serre traditionnellement la main des membres de l'équipe gagnante à la fin d'une joute. Combien de poignées de mains seront échangées? ***Explication*** Les élèves peuvent jouer le rôle de chaque joueur et d'une façon systématique à tour de rôle effectuer la poignée de main et les dénombrer.

- **Simuler la situation-problème**

Cette stratégie consiste à utiliser du matériel de manipulation pour se représenter concrètement le problème. Elle permet aux élèves de mieux comprendre le problème, ce qui les rend aussi plus aptes à le résoudre et à expliquer leur solution. **Exemple de problème** Chaque dyade reçoit 24 jetons bicolores. Regrouper les jetons en différentes parties fractionnaires du tout. Identifier les parties colorées avec des nombres fractionnaires pour chaque possibilité. ***Explication*** Il est possible de disposer les 24 jetons de différentes manières sous forme de dispositions rectangulaires ou les élèves les disposeront comme ils le désirent. Dans les deux cas, ils notent les divers regroupements qu'ils ont créés et expliquent comment ils les ont identifiés. Durant l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante pourrait suggérer différentes dispositions si on forme des groupes de 4 jetons? De 6 Jetons? Faciliter la formulation de conjectures, de généralisations. 

- **Faire un dessin ou un modèle**

Des nombreux problèmes incitent naturellement les élèves à faire un dessin pour trouver une solution. L'illustration facilite la compréhension. Au fur et à mesure qu'ils développent leur habileté à penser de façon abstraite, ils utilisent les dessins plus que le matériel de manipulation. Des schémas, des symboles représentant les données remplacent le dessin de l'objet actuel. **Exemple de problème** Maria est accroc à la mode et veut créer des T-shirts coordonnés à ses nouvelles espadrilles en tissu orné de figures géométriques. Les figures sur les T-shirts devront avoir une taille plus grande. Détermine ce qui arrive à l'aire d'un parallélogramme si on double la mesure de chacun de ses côtés.

Détermine ce qui arrive à l'aire d'un trapèze si on double la mesure de chacun de ses côtés. De quelle dimension selon toi Maria devrait-elle tailler les figures géométriques pour orner ses T-shirts?

Explication

Certains élèves peuvent croire que l'aire sera doublée. En utilisant du papier quadrillé, pointillé ou même seulement une règle et une feuille et des dimensions qu'ils déterminent, les élèves pourront visuellement reconstruire les nouvelles figures et observer ce qui se produit.

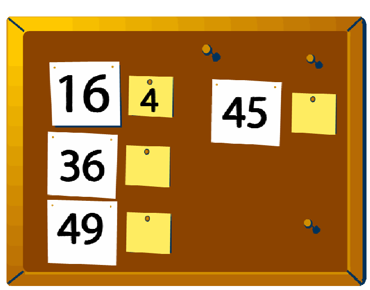
Durant l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante pourrait par un questionnement guider les élèves à découvrir les relations entre l'aire du trapèze et l'aire du parallélogramme.

- **Procéder par essais et erreurs**

Cette stratégie consiste à tenter successivement différentes réponses qui semblent plausibles. Elle permet aux élèves de vérifier rapidement leur compréhension du problème. Il faut les encourager à utiliser les résultats de leur premier essai pour améliorer les essais subséquents. Il est important d'inciter les élèves à noter systématiquement chacun des essais et à les analyser pour dégager la solution au problème. Les élèves peuvent aussi utiliser du matériel de manipulation et faire un dessin ou des tableaux pour laisser des traces de leurs essais. Il est primordial que les élèves réalisent que les essais infructueux font partie intégrante de la stratégie et permettent de se rapprocher de la solution.

Exemple de problème

Les classes du niveau intermédiaire de l'école Belle Vie montent un tableau d'affiche pour représenter la racine carrée des nombres en se servant de carrés. Trouve la racine carrée des nombres inscrits sur ces carrés



Choisis toi-même trois autres nombres à afficher.

Explication

Les élèves pourront faire une approximation de la racine carrée du nombre et ensuite vérifier par essais et erreurs la solution la plus appropriée. Ils pourraient se servir de papier crayon et faire des multiplications ou utiliser une calculatrice et noter leurs divers essais. Durant l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante les amènent à analyser ces essais pour dégager la solution au problème. Après cette introduction simple, il ou elle peut demander de chercher les solutions d'équations telles que $x^2 = 8$. Comme Van de Walle le suggère (2008, p. 160), ce genre d'activité préparent les élèves à comprendre la définition générale de la $n^{\text{ième}}$ racine d'un nombre *N*.

Stratégies avec représentation semi-concrète ou symbolique

Avec une plus grande maîtrise des habiletés de la pensée et un développement de la compréhension conceptuelle des mathématiques et de ses symboles, les élèves utilisent des stratégies moins centrées sur le concret mais plus basées sur une représentation symbolique des concepts ou des données. Les modèles mathématiques deviennent donc moins concrets ou illustrés.

- **Rechercher une régularité**

Cette stratégie est fondée sur la recherche et l'utilisation d'une régularité pour résoudre un problème. La reconnaissance de régularités dans les nombres et les opérations est d'ailleurs essentielle à la maîtrise des opérations mathématiques. Les élèves peuvent utiliser des dessins, des tableaux, des tables de valeurs pour appuyer leur recherche de régularités.

Exemple de problème

Dans une course de 100 km, quelle sera la progression d'un coureur s'il parcourt 15 km au 30 min. Au cours de la dernière heure, fatigué, il diminue son rythme à 10 km au 30 minutes. Combien de temps a-t-il pris pour compléter le parcours? La première moitié du parcours? La dernière moitié du parcours?

Explication

Les élèves peuvent établir une régularité entre le nombre de minutes et la distance parcourue mais ils devront la modifier pour refléter l'effet de fatigue du coureur.

- **Utiliser un tableau**

Cette stratégie permet à l'élève de recueillir des données et de les organiser, d'observer des régularités ou des liens entre des nombres. Les élèves s'en servent souvent avec d'autres stratégies.

Exemple de problème

Recette de pizza de grand-maman Donnatella

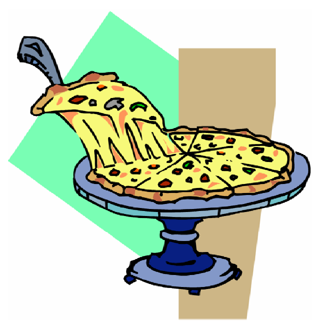
250 ml de sauce de tomate maison

450 g de viande hachée

Une tasse de 250 ml de fromage mozzarella

2 feuilles de basilique hachée

Une chaîne de pizzerias décide de produire des pizzas individuelles selon une recette familiale d'une grand-mère italienne. La liste d'ingrédients permet de réaliser 4 pizzas. Quelle quantité de chaque ingrédient sera nécessaire pour compléter une commande de 8 pizzas? Pour une classe de 24 élèves? Pour ta classe ? Pour ton école?

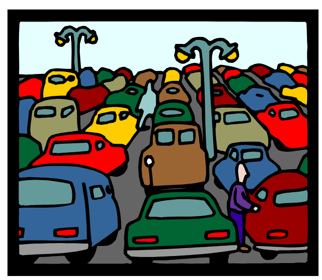


Explication

En utilisant un tableau, les élèves peuvent aisément inscrire les ingrédients dans la première colonne et organiser au fur et à mesure qu'ils les trouvent les quantités nécessaires pour chaque commande.

Lors de l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante par son questionnement encourage les élèves à établir des relations, des rapports entre ces quantités.

- **Résoudre un problème semblable ou plus simple**

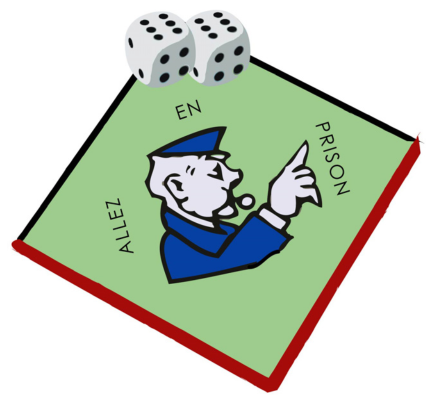
Cette stratégie implique de résoudre un problème semblable à celui donné, mais dans un contexte plus simple (p. ex., en utilisant des nombres plus petits) afin de faciliter la compréhension, l'analyse et la résolution. Souvent, les nombres plus élevés intimident les élèves et ébranlent leur volonté de tenter une solution. En utilisant des nombres plus petits, ils se concentrent sur le processus à suivre et non sur les nombres. Ils peuvent ensuite reprendre ce processus en fonction des données originales. **Exemple de problème** Un nouveau centre d'achat se construit près de l'autoroute. On planifie d'y ajouter une aire de stationnement pavée et clôturée. Il y a 3 600 m^2 de clôture de disponible. Serait-il préférable de clôturer une aire rectangulaire ou carrée? Quel choix permettrait de stationner plus de voitures? Justifie ton choix.  ***Explication*** Les élèves devront dans un premier temps choisir entre une forme rectangulaire ou carrée en découvrant l'aire de chaque forme et en comparant les deux aires. Lors de l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante par son questionnement encourage les élèves à établir des relations entre les propriétés des deux figures. Il pourrait même modifier les figures pour les figures suivantes trapèze, triangle et parallélogramme et ainsi établir de façon expérimentale les relations entre l'aire de chacune de ces figures.

Stratégies avec représentation symbolique ou outils organisationnels

Au **cycle intermédiaire**, avec le développement des habiletés d'analyse avancée, les élèves peuvent utiliser des stratégies et des outils organisationnels pour traiter d'un éventail de possibilités ou de cas. Ils sont plus aptes à utiliser un raisonnement logique, à procéder par élimination, par déduction et même à travailler à rebours en commençant par la solution pour faire la preuve des liens qu'ils ont établis entre diverses données.

- **Faire une liste ordonnée**

Cette stratégie permet à l'élève de réaliser qu'il y a plusieurs cas ou plusieurs possibilités permettant d'arriver à un résultat. En faisant une liste systématique de tous les résultats, l'élève risque moins d'oublier certains cas. À mesure que l'élève fait sa liste, elle ou il peut découvrir des régularités et même passer par des raccourcis.



Exemple de problème

Au jeu de Monopoly, si on lance trois doublets consécutifs, on doit immédiatement aller en prison. Quelle est la probabilité théorique d'obtenir trois doublets consécutifs?

Explication

L'élève peut commencer à résoudre le problème en faisant une liste complète de tous les résultats possibles qu'on peut obtenir en lançant deux dés :

Premier dé	Deuxième dé
1	1
	~~2~~
~~1~~	~~3~~
~~1~~	4
~~1~~	~~5~~
~~1~~	~~6~~
~~2~~	~~1~~
2	2
~~2~~	~~3~~

Premier dé	Deuxième dé
~~3~~	~~1~~
~~3~~	~~2~~
3	3
~~3~~	4
~~3~~	~~5~~
~~3~~	~~6~~
4	~~1~~
4	~~2~~
4	~~3~~

Premier dé	Deuxième dé
~~5~~	~~1~~
~~5~~	~~2~~
~~5~~	~~3~~
~~5~~	4
5	5
~~5~~	~~6~~
~~6~~	~~1~~
~~6~~	~~2~~
~~6~~	~~3~~

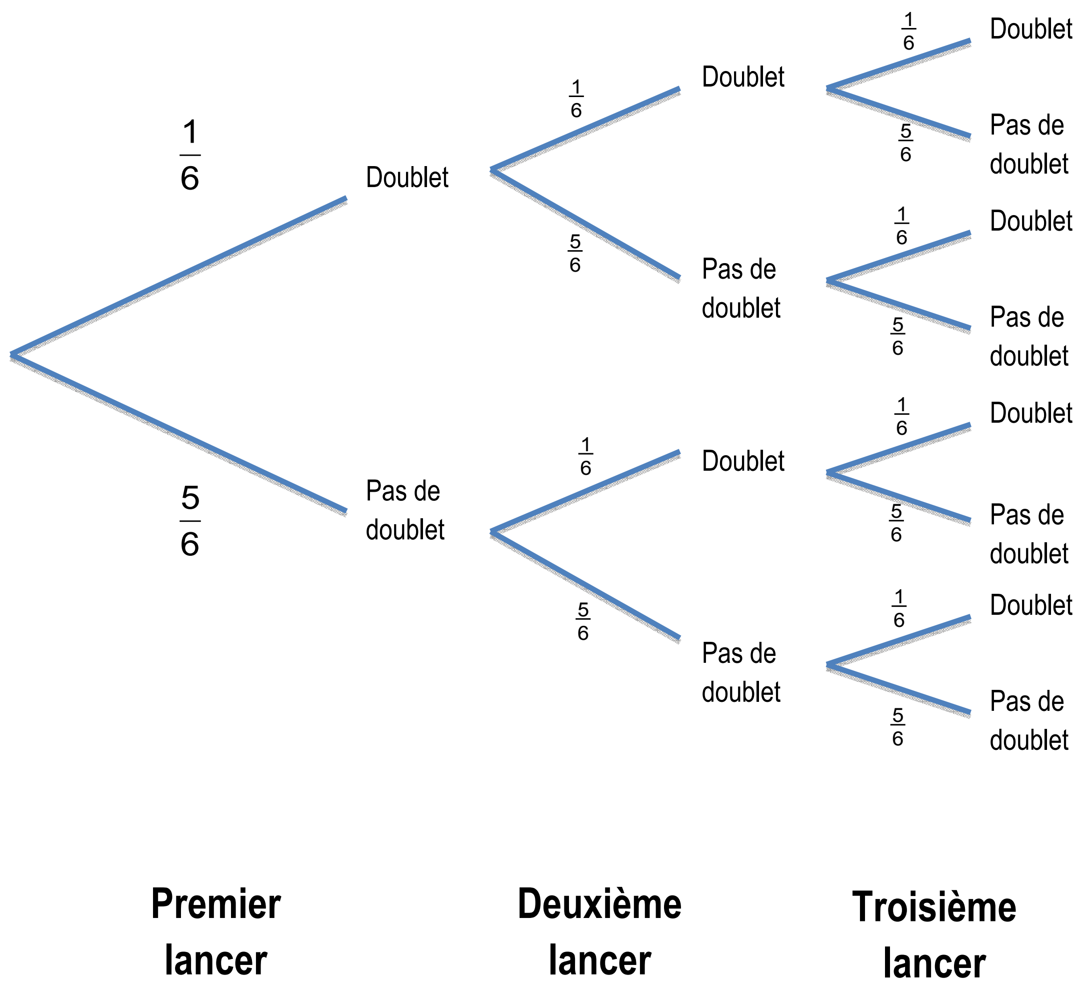
~~2~~	4
~~2~~	~~5~~
~~2~~	~~6~~

4	4
4	~~5~~
4	~~6~~

~~6~~	4
~~6~~	~~5~~
6	6

L'élève réalise que sur 36 résultats possibles avec deux dés, seulement 6 sont des doublets. La probabilité théorique est donc de 6/36 ou 1/6. Après avoir fait la première série avec le premier dé correspondant à une valeur de 1, l'élève pourrait déjà prendre un raccourci et réaliser que la probabilité théorique est de 1/6.

L'élève pourrait ensuite utiliser un diagramme en arbre pour déterminer la probabilité théorique d'obtenir trois doublets consécutifs à l'aide d'un arbre des probabilités.



Les résultats favorables pour chaque lancer de dés étant la présence d'un doublet, l'élève peut donc multiplier la probabilité théorique de chaque lancer pour déterminer la probabilité théorique d'obtenir trois doublets consécutifs.

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

On a donc **une chance sur 216** d'obtenir trois doublets consécutifs au jeu de Monopoly.

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

- **Considérer toutes les possibilités ou scénarios**

Cette stratégie est fondée sur le fait qu'il est parfois utile de considérer toutes les options possibles pour s'assurer de ne pas oublier aucune possibilité. L'élève explore alors chaque scénario et détermine lesquels sont appropriés. L'élève peut ensuite explorer les différents scénarios possibles.

Exemple de problème

Les faces du dé ci-dessous peuvent contenir des valeurs de 1 à 8. Aucune valeur ne se répète. Le total des valeurs de toutes les faces est de **27**. Quelles pourraient être les valeurs des faces cachées?

Explication

Il ou elle sait que les nombre 2, 5 et 8 sont obligatoirement sur le dé. Il reste à déterminer quels nombres parmi 1, 3, 4, 6 et 7 se retrouvent sur les faces cachées du dé.

L'élève détermine alors les scénarios possibles :

1, 3, 4 1, 3, 6 1, 3, 7
1, 4, 6 1, 4, 7
1, 6, 7
3, 4, 6 3, 4, 7
3, 6, 7
4, 6, 7

Il y a 10 scénarios possibles. En faisant la somme de chacun des scénarios, l'élève détermine que les faces cachées du dé sont **1, 4 et 7**.

1	2	3	4	5	6	7	8	Total
✓	✓	✓	✓	✓			✓	23
✓	✓	✓		✓	✓		✓	25
✓	✓	✓		✓		✓	✓	26
✓	✓		✓	✓	✓		✓	26
✓	✓		✓	✓		✓	✓	**27**
✓	✓			✓	✓	✓	✓	29
	✓	✓	✓	✓	✓		✓	28
	✓	✓	✓	✓		✓	✓	29
	✓	✓		✓	✓	✓	✓	31
	✓		✓	✓	✓	✓	✓	32

- **Considérer les valeurs extrêmes**

Cette stratégie est fondée sur le fait que certains problèmes font appel à un écart de valeurs. Il serait très fastidieux pour l'élève d'avoir à essayer chacune des valeurs dans l'écart afin de trouver le résultat. L'élève peut alors se concentrer seulement sur les extrêmes, c'est-à-dire, la valeur minimale et la valeur maximale.

Exemple de problème

Les faces du dé suivant représentent des multiples de 12 consécutifs. Combien de chiffres peut avoir le produit de deux faces du dé?

Explication

En regardant le dé, l'élève pourrait tenter de faire le produit de chaque nombre par chaque nombre, afin de trouver toutes les solutions possibles, mais ça serait très fastidieux. Il est plus efficace de considérer seulement les valeurs extrêmes.

Il ou elle commencera premièrement à déterminer les valeurs possibles des faces manquantes.

L'ensemble des plus petites faces possibles serait : 12, 24, 36, 48, 60, 72

L'ensemble des plus grandes faces possibles serait : 48, 60, 72, 84, 96, 108

Le plus petit produit serait donc de $12 \times 24 = 288$

Le plus grand produit serait donc de $96 \times 108 = 10\ 368$

Le nombre 288 étant composé de trois chiffres et le nombre 10 368 étant composé de 5 chiffres, on peut donc conclure que le produit de deux faces du dé peut être composé de 3, 4 ou 5 chiffres.

- **Travailler à rebours**

Cette stratégie est fondée sur le fait que l'élève peut commencer avec le résultat final et ensuite travailler à rebours pour revenir à la situation originale. L'élève procèdera à une série d'opérations inverses pour arriver à la situation de départ.

Exemple de problème

Azmiya, Juliette et Roberto ont décidé de se lancer en affaires en fabriquant des cartes de souhaits du temps des fêtes et en les vendant sur leur site Web. Ils ont décidé de remettre 1/3 des profits à une œuvre de charité qui donne des cadeaux aux enfants des familles dans le besoin. Ensuite, ils se divisent également le reste des profits. Si Azmiya a récolté une somme de 125 $ au mois de décembre, quel était le profit total de leur entreprise?

Explication

Un élève pourrait travailler à rebours en commençant par le profit réalisé par Azmiya pour déterminer le profit total de l'entreprise.

Situation du problème	Opération inverse	Résultat
Le profit est **divisé** en trois pour chacun des élèves.	On **multiplie** par 3 le profit d'Azmiya afin de déterminer le profit fait par les trois élèves.	125 $ × 3 = 375 $
On retire **1/3** du profit total pour le donner à une œuvre de charité.	Le profit fait par les trois élèves représente donc les **2/3** du montant étant donné que 1/3 a été remis à l'œuvre de charité. On doit donc déterminer le 1/3 du montant et l'ajouter au profit des trois élèves.	375 $ représente les 2/3 du montant, donc pour trouver 1/3, on divise par 2 : 375 $ ÷ 2 = 187,50 $ On ajoute donc 187,50 $ au montant de 375 $ 375 $ + 187,50 $ = 562,50 $

Le profit total de l'entreprise d'Azmiya, de Juliette et de Roberto au mois de décembre est donc de **562,50 $**

- **Voir le problème d'un autre point de vue**

Cette stratégie consiste à trouver le contraire de la réponse recherchée permettant ainsi de trouver la réponse ensuite. Souvent, trouver le contraire peut prendre moins de temps que de trouver directement la réponse recherchée. Par exemple, si l'on cherche les items correspondant à certains critères (mais qu'il y en a un grand nombre), on pourrait chercher les items ne répondant pas à ces critères, permettant de déduire ensuite le nombre d'items recherchés.

Exemple de problème

Dresse une liste de dix villes ou villages qui se trouvent en Ontario, mais qui sont à plus de 400 km (en ligne droite) de ta localité.

Explication

Si l'élève qui répond à cette question vient de Sudbury, il pourrait être long d'utiliser la stratégie d'essais et erreurs jusqu'à ce qu'il ou elle obtienne une liste de villes et villages qui sont à plus de 400 km.

Par contre, l'élève peut regarder le problème d'**un autre point de vue** et plutôt tenter de déterminer la zone de la province qui se trouve dans un rayon de 400 km de sa localité. L'élève peut ensuite utiliser une carte à l'échelle pour tracer cette zone sur la carte à l'aide d'un compas et d'une règle. Il ou elle peut ensuite éliminer les villes se trouvant dans la zone pour se concentrer sur les villes ontariennes en dehors de la zone.

Aide-mémoire pour les élèves

Pour t'aider à résoudre un problème
• *Respire profondément et relaxe* • *Fais un remue-méninge : identifie tout ce que tu sais du problème* • *Identifie ou extraits les éléments importants de la question* • *Représente le problème visuellement* • *Modèle le problème* • *Raconte le problème dans tes propres mots* • *Consulte la liste de stratégies de résolution de problèmes* • *Discute du problème avec un autre élève* • *Convaincs-toi que tu peux le résoudre* Adaptation d'un tableau publié par Marian Small (2009, p. 57).

Rôle de l’enseignant ou de l’enseignante dans l’utilisation des stratégies

L’enseignant ou l’enseignante aide les élèves à acquérir un répertoire de stratégies qui leur serviront lors de nouvelles situations de résolution de problèmes. S’ils omettent de nommer une stratégie appropriée (p. ex., utilisation de matériel de manipulation) parmi celles qu’ils peuvent utiliser, il ou elle peut orienter la discussion en posant des questions telles que :

- Y a-t-il quelqu’un qui a utilisé du matériel de manipulation pour résoudre ce problème?
- Comment le matériel de manipulation pourrait-il nous aider?
- Quel genre de matériel de manipulation vous aiderait à résoudre le problème?

L’enseignant ou l’enseignante peut aussi modeler les stratégies dans une situation d’apprentissage en résolution de problèmes, que ce soit avant l’apprentissage ou après, lorsque les élèves discutent des stratégies utilisées. Par exemple, il ou elle peut modeler l’utilisation d’un tableau comme moyen de représenter le problème à résoudre s’il ou elle réalise que les élèves n’ont pas utilisé cette stratégie. L’enseignant ou l’enseignante peut aussi présenter cette stratégie pendant l’objectivation qui suit la résolution de problèmes. Les élèves doivent vivre de nombreuses situations de résolution de problèmes dans le cadre d’apprentissage guidé, partagé et autonome pour acquérir un répertoire de stratégies de résolution de problèmes.

On enseigne souvent aux élèves à surligner des mots clés comme stratégie de résolution de problèmes, afin de les aider à choisir l’opération à appliquer. Par exemple, les mots *en tout* et *somme* indiquent l’utilisation de l’addition pour résoudre le problème. Cette stratégie pousse souvent les élèves à chercher un truc pour trouver l’algorithme nécessaire pour résoudre le problème plutôt que d’essayer de le comprendre. Il est beaucoup plus pertinent et formateur de discuter des données et de ce qui est recherché.

Pour développer les habiletés qui leur permettront de réussir à résoudre des problèmes plus complexes dans les années supérieures, les élèves doivent s’habituer à analyser le problème dans son ensemble. Au **cycle intermédiaire**, les élèves devraient être davantage en mesure qu’au **cycle moyen** de repérer la stratégie la plus appropriée pour résoudre un problème. Ils doivent apprendre à justifier leur choix de stratégie et à décrire les étapes de cette stratégie en employant la terminologie mathématique appropriée. Les stratégies élaborées par les élèves sont très importantes, car elles sont formulées dans leurs propres mots et sont intimement liées à leur compréhension.

Les élèves doivent réaliser :

- qu'ils peuvent combiner l'utilisation de diverses stratégies lors de la résolution d'un problème;
- que certaines stratégies sont plus appropriées pour certain type de problèmes;
- que différentes stratégies peuvent servir à différentes étapes du processus de résolution de problèmes.

> *« Au 21e siècle, nous avons tous besoin des habiletés qui ont marquées le genre humain comme des créateurs et de bâtisseurs culturels, des innovateurs de nouvelles technologies et les concepteurs de nouveaux moyens de vivre et de gouverner. Ces habiletés qui sont plus cruciales maintenant qu'avant, sont "la pensée critique, la résolution de problème, la collaboration, la créativité, l'autonomie, le leadership, l'adaptation, la responsabilité (et) la conscience globale" (Walser, 2008, p. 2) À cette liste, j'ajouterais une habileté très significative, l'habileté de l'enquête. »*
>
> (Barell, 2010, p. 176, traduction libre)

Le coin des mathématiques

Plusieurs enseignants et enseignantes utilisent le matériel de manipulation dans des contextes très spécifiques. Voici quelques exemples d'utilisation traditionnelle du matériel de manipulation :

Matériel de manipulation	Utilisation traditionnelle au cycle intermédiaire
Jetons bicolores	Entiers relatifs
Mosaïques fractionnaires	Opérations sur les fractions
Blocs en base 10	Valeurs de position et nombre décimaux
Tuiles algébriques	Opérations sur les expressions algébriques
Cubes emboîtables	Volume des prismes

Bien que ce matériel de manipulation soit très efficace pour permettre l'acquisition de ces concepts par l'élève, il ne faudrait pas qu'il devienne limitatif. Par exemple, il ne faudrait pas que l'élève associe les fractions exclusivement aux mosaïques fractionnaires. En associant un seul type de matériel de manipulation à chaque concept, l'élève court le risque de ne pas être capable de représenter le concept avec d'autres types de matériel ou de l'appliquer à d'autres contextes non familiers.

D'où l'importance de laisser une certaine liberté à l'élève dans son choix d'utilisation du matériel de manipulation pour représenter différentes situations de résolution de problèmes. Par exemple, l'élève pourrait utiliser des jetons bicolores pour représenter une fraction d'un ensemble. Il ne faut surtout pas entrer dans le piège de pénaliser un élève qui utilise du matériel non traditionnel pour représenter un concept pourvu que la représentation soit mathématiquement valide.

Dans le recueil des pratiques réussies en mathématiques de la 6e à la 9e année publié par le Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques (2002), on suggère une pratique qui consiste à inclure un « coin des mathématiques » dans la classe. Cet espace s'apparente au centre de lecture utilisé pour favoriser la littératie. On peut y retrouver des affiches présentant des stratégies de résolution de problèmes, des faits historiques liés aux mathématiques, des guides de références comme des lexiques mathématiques et une variété de matériel de manipulation. L'objectif est d'offrir à l'élève l'accès à une grande gamme de matériel de manipulation, sans restriction. L'élève doit se sentir à l'aise d'emprunter du matériel de son choix ou de consulter des références en tout temps incluant lors des situations de résolution de problèmes.

Le coin des mathématiques devrait aussi inclure, dans la mesure du possible, des outils technologiques pouvant aussi être empruntés ou accédés par l'élève : un ensemble de calculatrices à affichage graphique, des ordinateurs avec des logiciels utiles aux mathématiques (p. ex., géométrie dynamique, statistique, tableur, conception 3D). Idéalement, ces ordinateurs auraient aussi un accès à Internet permettant à l'élève de consulter des banques de données pour obtenir de l'information nécessaire à la résolution de problèmes ouverts (p. ex., données météorologiques, statistiques du recensement, liste de prix.)

Cet espace sert donc de centre de ressources contenant des outils physiques et virtuels. Le coin de mathématiques permanent fonctionne bien dans le cas des écoles où le cours de mathématiques est toujours offert dans le même local. Dans le cas d'une école où il y a une rotation des locaux, il pourra devenir nécessaire d'installer le coin de mathématiques sur un chariot mobile.

Avec plusieurs écoles qui mettent sur pied des projets-pilote où chaque élève a accès à son propre ordinateur portatif ou à sa propre tablette tactile, on peut s'imaginer qu'à l'avenir, chaque élève pourrait avoir accès à son propre centre de ressources directement sur son appareil, incluant du matériel de manipulation virtuel, des logiciels de mathématiques, un lexique et mathématiques et un accès à Internet directement à partir de son appareil mobile, permettant ainsi de remplacer le coin des mathématiques.

Le questionnement

Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante pendant que les élèves discutent d'un problème jouent un rôle primordial en suscitant un niveau de pensée et de raisonnement plus élevé. Un questionnement habile leur permet de réorienter subtilement la réflexion des élèves pour qu'ils réussissent à trouver leurs propres solutions et à donner un sens aux mathématiques. Ce questionnement permet aussi aux élèves de remettre en question des idées initiales, de formuler de nouvelles hypothèses et d'arriver à des conclusions significatives.

Il y a une nuance entre la question qui incite les élèves à réfléchir et celle qui leur donne trop de renseignements ou leur fournit par mégarde la solution au problème. Arriver à l'équilibre voulu est affaire de pratique réfléchie. Il faut avoir conscience de l'impact des questions posées sur la réflexion des élèves, éviter d'interférer avec leur schème de pensée et leur accorder le temps nécessaire à cet égard. Laisser aux élèves le temps de se pencher sur un problème pour arriver à une solution est une expérience d'apprentissage valable. Toutefois, l'enseignant ou l'enseignante doit atténuer la frustration des élèves devant un problème en posant des questions ou en fournissant des indices qui leur permettront de sortir de l'impasse.

Voici quelques stratégies qui permettent de faciliter le développement des techniques de questionnement :

- *Faire appel à des questions qui nécessitent une compréhension et suscitent la réflexion plutôt qu'un rappel de fait* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). En utilisant des verbes comme *expliquer, décrire appliquer, relier, élaborer et justifier* dans ses questions et ses interventions, l'enseignant ou l'enseignante incite davantage les élèves à communiquer leur raisonnement et leur compréhension.

- *Faire appel à des questions qui exigent plus qu'un oui ou un non* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). Des questions comme « Un parallélogramme a-t-il quatre côtés ? » ou « Un angle de 120 ˚est-il un angle obtus ? » incitent les élèves à deviner. En revanche, des questions plus ouvertes telles que « Quelles sont les propriétés du parallélogramme ? » ou « Quelle est la différence entre un angle aigu et un angle obtus? » incitent les élèves à faire appel à leur connaissance des concepts mathématiques.

a) *Faire appel à des questions dont la réponse n'est pas implicite* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). Une question comme « Un parallélogramme n'a-t-il pas quatre côtés ? » donne implicitement la réponse aux élèves sans leur permettre de faire appel à leur propre raisonnement.

- *Faire appel à des questions qui se prêtent à un dialogue mathématiques* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). Le but du questionnement efficace ne se limite pas à donner une réponse à l'enseignant ou l'enseignante Il vise plutôt à amorcer un dialogue mathématique au sein de la classe. La manière dont les questions sont formulées aide les élèves à comprendre que les idées mathématiques doivent être discutées et analysées par l'ensemble des élèves et non pas seulement par l'enseignant ou l'enseignante.

- *Formuler des questions sans les qualifier de faciles ou difficiles* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). Des questions qualifiées de « difficiles » peuvent faire peur à certains élèves tandis que celles qualifiées de « faciles » peuvent démotiver d'autres.

- *Poser des questions sans donner d'indices verbaux ou non verbaux* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). Les élèves saisissent des indices tels que l'accent mis sur certains mots, le mouvement des yeux, le raidissement du corps ; ces indices sont des rétroactions immédiates qui incitent les élèves à rechercher la confirmation d'une bonne réponse sans avoir à faire un effort pour trouver une façon de résoudre le problème.

- *Laisser un délai de réflexion entre la question et la réponse* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p 17-8). L'enseignant ou l'enseignante qui attend au moins trois secondes après avoir posé une question est le plus souvent récompensé par une quantité et une qualité accrue de réponses.

Un point de départ pour améliorer les habiletés de questionnement, c'est de poser régulièrement les questions « *Comment le sais-tu* ? » et « *Penses-tu que tu aurais la même réponse si tu avais utilisé d'autres stratégies?* » Ces questions incitent les élèves à réfléchir à leur réponse et au processus qu'ils ont suivi pour arriver à une solution et même peuvent les amener vers une généralisation.

En conclusion, plusieurs enseignants et enseignantes réalisent l'importance d'utiliser un bon questionnement pour résoudre de vrais problèmes. Barell (2010, p. 197) rapporte ces commentaires d'élèves de 6e année.

Quand je pose de bonnes questions, j'apprends plus.

Ta pensée (mind) deviendra plus forte(stronger), plus précise(sharper) et te servira dans la vraie vie.

Tu commences à penser d'une façon critique.

Si tu poses de meilleures questions, tu amènes les gens à penser.

Annexes

ANNEXE 2-1 : PROBLÈMES TYPES

PROBLÈME A

On additionne ensemble deux nombres possédant chacun quatre chiffres et on arrondit la somme à 2,7. Quels peuvent être ces nombres?

(Sullivan, 2010, p. 45)

Solution

La somme de deux nombres est entre 2,650 et 2,749 pour être arrondie à 2,7. L'enseignant ou l'enseignante doit vérifier si les élèves respectent la démarche d'arrondissement avant de chercher les deux nombres. Le tâtonnement est à éviter.

PROBLÈME B

Je divise 6,12 par 3 et j'obtiens 2,4 pour réponse. Quelle est mon erreur?

(Sullivan, 2010, p. 46)

Solution

L'erreur très courante provient du fait que les élèves oublient que l'on a 12 centièmes, soit 0,12. Donc, en le divisant par trois, on obtient 0,04. D'où le résultat final est 2 et 0,04, soit 2,04.

PROBLÈME C

Conrad veut délimiter une partie d'un grand champ sur sa ferme pour cultiver des légumes. Il a 240 mètres de clôture. Serait-il mieux de clôturer un enclos de forme rectangulaire ou carrée? Lequel lui donnera une surface ayant la plus grande aire pour cultiver des légumes? Explique en laissant des traces de ta réflexion.

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, fascicule 2, p. 72)

Solution

L'élève a plusieurs possibilités pour décomposer 120 (demi périmètre) en somme de deux nombres :

(100 et 20), (90 et 30), (80 et 40), (70 et 50) et (60 et 60).

On a pour aire : 2 000, 2 700, 3 200, 3 500 et 3600.

Donc on voit que le carré a la plus grande aire. Le carré est moins aplati que les autres formes.

PROBLÈME D

Ce problème est une modification du problème précédent pour la 9e année.

Conrad veut délimiter une partie d'un grand champ sur sa ferme pour cultiver des légumes. Il a 240 mètres de clôture. Quelles dimensions lui offriraient la plus grande aire pour cultiver des légumes? Explique en laissant des traces de ta réflexion.

Solution

Dans ce cas l'élève trouve lui-même la forme qui maximise l'aire. Aucune indication n'est donnée.

PROBLÈME E

Calcule 458 x 79 en utilisant une calculatrice sachant que la touche 5 ne fonctionne pas.

Comment vas-tu procéder?

Solution

L'élève fait appel au sens des nombres et des opérations.

Il décompose le nombre 458 : 458 = 460 – 2 pour éviter d'utiliser la touche 5.

Il fait le calcul 458 x 79 = 460 x 79 – 2 x 79.

= 36340 – 158

= 36340 – (160-2)

= 36182

L'élève peut aussi faire un lien avec la stratégie dite de disposition rectangulaire.

PROBLÈME F

Choisis un nombre et place le dans chacune des deux cases : 4/□ et 5/□.

Trouve une fraction comprise entre les deux fractions que tu viens de créer.

(Small, 2010, p. 142)

Solution

Prenons 8. Il suffit de chercher des fractions équivalentes dont le dénominateur est un multiple de 8.

Si on multiplie le dénominateur par 2, les numérateurs sont 8 et 10, donc le résultat est 9/16.

PROBLÈME G

Un élève a utilisé sa calculatrice pour calculer une réponse. Au lieu d'utiliser la touche $\left[x^2\right]$, il a utilisé la touche $\left[\sqrt{x}\right]$. Il a obtenu une réponse de 9. Quelle réponse aurait-il dû obtenir?

Solution

L'élève doit se rendre compte qu'elle ou il doit avoir recourt à un processus inverse c'est-à-dire, évaluer d'abord le carré de 9 puis le carré de 81 pour obtenir la réponse.

PROBLÈME H

«The cricket problem»

Un criquet se déplace sur une ligne droite. Il part du point 1 et se rend au point 0. Il saute à chaque fois la moitié du chemin restant.

a)Ou se trouve le criquet au premier saut?

b)Ou se trouve le criquet au second saut?

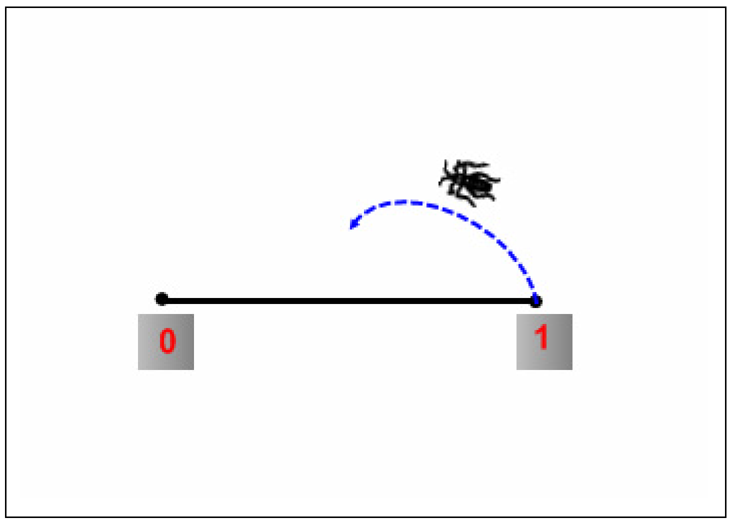
c)Ou se trouve le criquet au dixième saut?

d)Ou se trouve le criquet au centième saut?

e)Ou se trouve le criquet au $n^{ième}$ saut?

f) Pourrat-il atteindre le point 0 ?

Explique pourquoi est-ce possible ou impossible



Solution

Bond du criquet	Position du criquet
1	Moitié de 1 = 1/2
2	Moitié de 1/2 = 1/2 x 1/2 = 1/4
3	Moitié de 1/4 = 1/2 x 1/4= 1/8
4	Moitié de 1/8 = ½ x 1/8 = 1/16
5	Moitié de 1/16 = ½ x 1/16 = 1/32

En fonction du niveau des élèves on peut utiliser le concept de multiplication de deux fractions (facteur 1/2) ou de division d'une fraction par un entier (2).

Les élèves peuvent ressortir la régularité : 1/2, 1/4, 1/16…

Quant au terme général de rang n, $1/2^n$, l'enseignant ou l'enseignant peut amener les élèves à le trouver par eux-mêmes.

PROBLÈME I

Estime le nombre de pièces de 1 $ que tu pourrais placer dans la salle de ta classe.

(Small, 2010, p. 67)

Solution

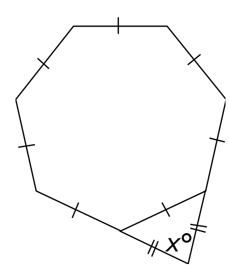
L'enseignant ou l'enseignante doit laisser les élèves commencer leur stratégie. Certains seront tentés d'utiliser les pièces pour couvrir la salle de classe. Il faut leur montrer les limites de cette stratégie. L'élève doit chercher lui-même les éléments nécessaires à l'accomplissement de la tâche. Il ou elle estime l'aire de la pièce de 1 $ et celle de la classe, fait attention aux unités de mesure et enfin fait l'opération de division.

PROBLÈME J

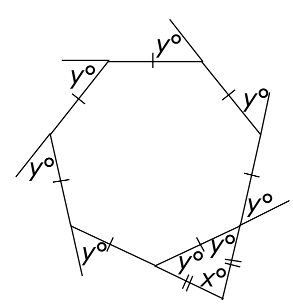
Une figure est constituée d'un heptagone régulier et d'un triangle isocèle (voir le dessin ci-contre).

Détermine la valeur de l'angle *x*. Montre les étapes de ton travail.

(Adapté d'un exercice de l'OQRE de 2009)



Solution



Puisque le triangle est isocèle, les angles à la base sont congrus. Soit y° leur mesure.

On considère les angles externes de l'heptagone. La somme de leurs mesures est égale à 360°. Donc : $7y = 360$

$$y = \frac{360}{7}$$

$$y \approx 51.4$$

Puisque la somme des mesures d'angles d'un triangle est égale à 360°, alors :

$$\begin{aligned} x + 2y &= 180 \\ x + 102{,}8 &= 180 \\ x &= 77{,}2 \end{aligned}$$

Remarques

On justifie les deux angles congrus dans le triangle.

On justifie le calcul de la valeur de y.

On justifie le calcul de la valeur de x.

PROBLÈME K

Dessine une figure d'un modèle qui peut aider quelqu'un à déterminer le 100^{e} terme

Option 1 : 1, 3, 5, 7, 9, …

Option 2 : 4, 7, 10, 13, 16

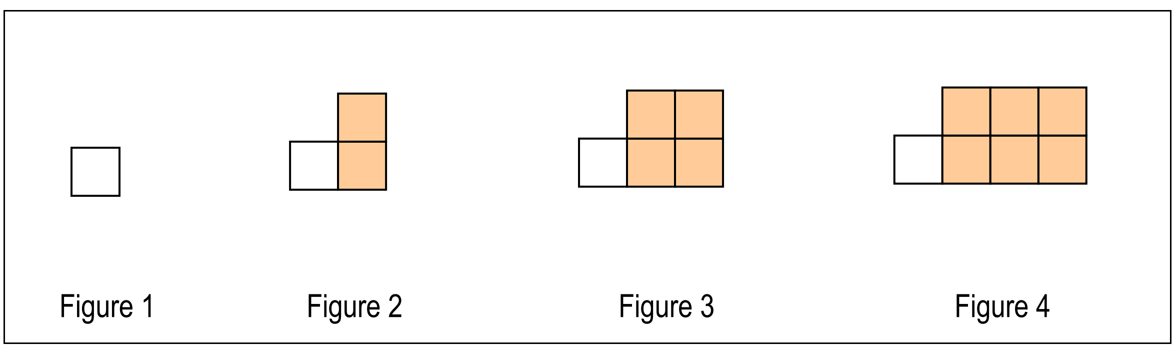
(Small, 2010, p. 50)

Solution

L'élève peut utiliser des tuiles pour modéliser la situation.

Option 1 :

L'élève dessine la suite de figures selon la régularité. On trouve nombre de tuiles = 2 x (n-1) +1



Option 2 :

La démarche est la même qu'à l'option 1. On trouve nombre de tuiles = 3 x (n) +1

PROBLÈME L

Remplis les espaces par des nombres de sorte que l'expression algébrique soit vraie.

____ est 3/5 de _____

(Small, 2010, p. 69)

Solution

Ce problème est une modification du problème direct : calcule 3/5 x 200. Le résultat est 120

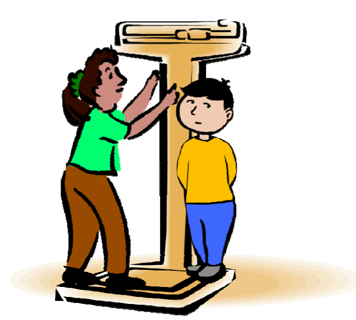
L'élève peut commencer par le problème direct pour répondre à la question : 120 est 3/5 de 200

L'élève peut aussi utiliser les rapports équivalents : (3 : 5), (6 : 10), (60 : 100), (120 : 200), etc.

PROBLÈME M

M. Martin est infirmier à l'école Pierre et Marie Curie. Il doit déterminer la masse de chacun de ces trois élèves : Martine, Xavier et Yan. Mais, il ne peut pas déterminer la masse de chaque élève individuellement, car sa balance ne fonctionne que pour des masses supérieures à 50 kg. Peter le « matheux » lui propose une méthode très inspirée illustrée par le dessin. Aide M. Martin à déterminer le poids de Martine, de Xavier et de Yan.

Méthode pour déterminer la masse

Masse 1 Yan et Xavier	Masse 2 Yan et Martine	Masse 3 Xavier et Martine
		

Solution

L'élève peut tâtonner pour trouver la solution. L'enseignant ou l'enseignante doit encourager les élèves à se donner un plan ou une stratégie mathématique.

Stratégie 1 :

Si on compare la masse 1 et la masse 2, on voit que Xavier a 5 kg de plus que Martine

Masse 3 : La masse de Martine et celle de Xavier totalisent 75 kg. Or Xavier a 5 kg de plus que Martine, donc Martine a 70/2, soit 35 kg et Xavier a 40 kg.

Enfin Yan a 82 – 40, soit 42 kg.

Stratégie 2 :

La masse des 3 élèves totalise 117 kg.

Masse 1 et masse 2 : Xavier a 5 kg de plus que Martine.

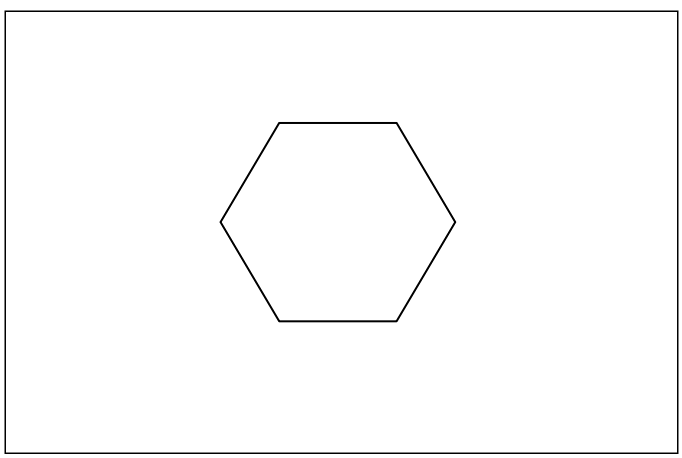
Masse 1 et masse 3 : Yan a 7 kg de plus que Martine.

Faire 117 – 5 – 7 = 105

La masse de Martine = 105 ÷ 3 = 35 kg.

PROBLÈME N

Déterminer l'aire d'un hexagone régulier dont la longueur des côtés mesure 4 cm.



Solution

L'élève peut utiliser le matériel de manipulation pour décomposer l'hexagone de différentes façons.

- 6 triangles
- 2 trapèzes
- 2 losanges

Par exemple, il ou elle utilisera le théorème de Pythagore pour déterminer la hauteur du triangle (trapèze).

PROBLÈME O

Deux cercles ont des diamètres différents.

a) Peuvent-ils avoir la même aire?

b) Peuvent-ils avoir la même circonférence?

Justifie tes réponses.

Solution

Le but est de vérifier si les élèves ont bien compris le concept du cercle. La circonférence dépend directement du diamètre (relation de proportionnalité). De même l'aire est liée au diamètre (carré). Donc il est logique que pour deux cercles de diamètres différents, on ne peut pas obtenir les mêmes résultats.

PROBLÈME P

Un cercle a un diamètre de longueur 8. Un nouveau cercle est créé et remplit une des conditions suivantes. Quelle est la longueur du diamètre du nouveau cercle?

Option 1 : le nouveau cercle est 5 fois plus grand

Option 2 : l'aire du nouveau cercle est 4 fois plus grande

Solution

Le but est de vérifier si les élèves ont bien compris le concept du cercle.

La circonférence dépend directement du diamètre (relation de proportionnalité). Le diamètre est 8 x 5 = 40

De même l'aire est liée au diamètre (carré). Pour certains élèves le diamètre est 4 fois plus grand.

L'enseignante ou l'enseignant peut prendre le temps de revenir sur cet aspect du carré du rayon.

PROBLÈME Q (9^{e} année, cours théorique)

Karl travaille pour une compagnie de construction mécanique. Il dispose d'une feuille métallique rectangulaire dont les dimensions sont de 8 unités par 6 unités pour la fabrication des citernes (silos) cylindriques. Il y a deux formats possibles : cylindre de hauteur 8 u et cylindre de hauteur 6 u.

Quelle boîte cylindrique a la plus grande capacité? Justifie ta réponse en utilisant les valeurs exactes.

On peut adapter ce problème pour la 9^{e} année appliquée en utilisant deux transparents de dimension 21,6 cm x 28 cm (ou feuille de papier).

Solution

Les élèves pensent que la capacité du cylindre (volume) est la même, car les deux cylindres ont une même surface latérale. En faisant une expérience avec deux feuilles de papier (manipulation), elles ou ils se rendent compte que le cylindre de circonférence 8 u a une grande capacité que celui de circonférence 6 u.

Piste pour l'enseignant ou l'enseignante : la raison mathématique est que si le volume dépend simplement du rayon, il dépend du carré du rayon.

PROBLÈME R

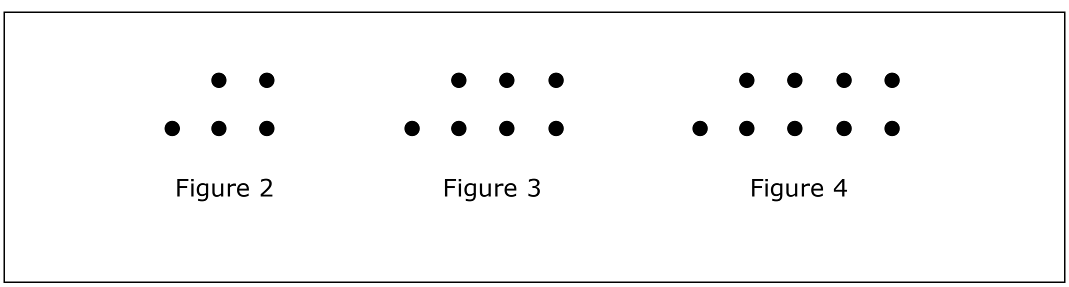
Les chocolats *Hershey's Kisses* ressemblent à une larme dont la base est aplatie. Ces chocolats ont été introduits sur le marché américain par le producteur de chocolat Hershey en 1907.
Selon le producteur de chocolat Hershey, on produit plus de 80 millions de chocolats *Hershey's Kisses* par jour dans deux manufactures américaines. Quel est le volume de chocolats produits par jour dans les deux manufactures?

Solution

L'élève doit penser à calculer le volume d'un chocolat *Hershey's Kisses.* Il ou elle doit chercher cette donnée ou demander un chocolat pour en déterminer les dimensions (forme conique) et calculer le volume.

PROBLÈME S

Voici trois « figures » formées de jetons. Les figures sont numérotées 2, 3 et 4.



b) Combien y a-t-il de jetons dans la 5^e figure? Justifie ta réponse avec deux façons différentes de compter rapidement le nombre de jetons.
c) Utiliser chacune des méthodes pour écrire une équation pour le nombre *j* de jetons de la figure numéro *n*. Écrire les formules dans la 4^e colonne du tableau suivant.

Solution

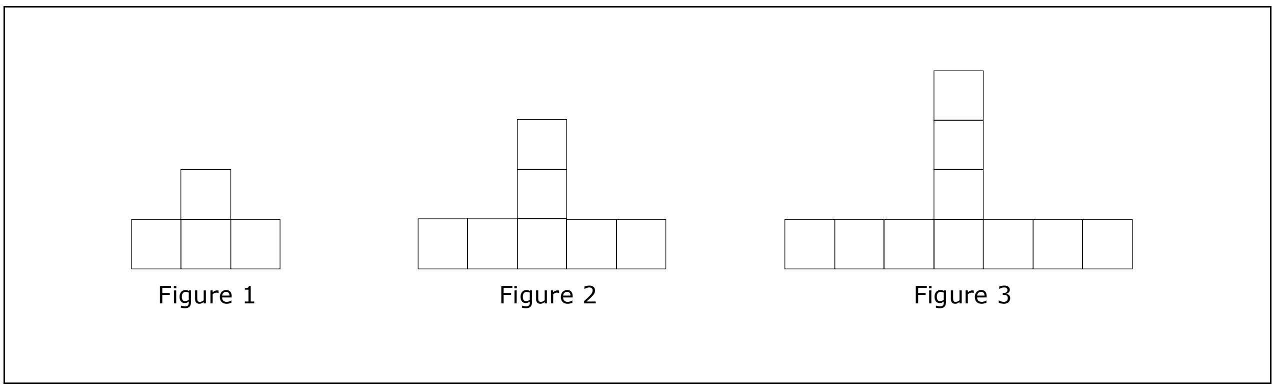
L'élève doit tracer la Figure 1 et la Figure 5. Il est important de ressortir la régularité de la suite de deux façons différentes.

Première façon : Figure 5, j = 5 + 6. Figure n, j = n + (n + 1)

Deuxième façon : Figure 5, j = 1 + 2 x 5, Figure n, j = 1 + 2 x (n)

PROBLÈME T

Voici trois « figures » formées de tuiles. Les figures sont numérotées 1, 2 et 3.



a) Combien y a-t-il de tuiles dans la 5^{e} figure? Justifie ta réponse avec deux façons différentes de compter rapidement le nombre de tuiles.

b) Utilise chacune des méthodes pour écrire une équation pour le nombre *t* de tuiles de la figure numéro *n*.

Solution

L'élève doit tracer la figure 5. Il est important de ressortir la régularité de la suite de deux façons différentes.

Première façon : Figure 5, t = 1 + 3 x 5. Figure n, t = 1 + 3 x n

Deuxième façon : Figure 5, t = 2 x 5 + (5 + 1), Figure n, t = 2 x (n) + (n + 1)

ANNEXE 2.2 : COMPARAISON DES PROCESSUS DANS DIFFÉRENTS DOMAINES

Le modèle en quatre étapes de Polya n’est pas la démarche privilégiée pour résoudre une situation-problème dans tous les domaines. En *Traitement des données et probabilité*, on préconise le processus d’enquête et en *Mesure*, on suit les étapes de l’acte de mesurer. Comme en témoigne le tableau suivant, ces démarches suivent pratiquement les mêmes étapes que celles utilisées dans les domaines de *Numération et sens du nombre*, de *Modélisation et algèbre* et de *Géométrie et sens de l’espace*. L’enseignant ou l’enseignante doit aider les élèves à faire le lien entre ces étapes.

<table>
<tr><th>Étapes de la résolution de problèmes</th><th>Étapes du processus d’enquête</th><th>Étapes de l’acte de mesurer</th></tr>
<tr><td>Comprendre le problème</td><td>Cerner la situation</td><td>Déterminer l’attribut à mesurer</td></tr>
<tr><td>Élaborer le plan</td><td rowspan="2">- Faire une collecte de données
- Concevoir le plan pour recueillir des données
- Effectuer la collecte des données
- Regrouper les données
- Construire une représentation appropriée</td><td>Choisir l’unité de mesure appropriée</td></tr>
<tr><td>Mettre le plan en œuvre</td><td>Déterminer la mesure</td></tr>
<tr><td>Vérifier les résultats</td><td>Analyser les données et interpréter les résultats</td><td>Vérifier la vraisemblance de la mesure</td></tr>
<tr><td colspan="3">Communiquer les résultats ou la solution</td></tr>
</table>

ANNEXE 2.3 : PROBLÈMES POUR INTÉGRER L'ENSEIGNEMENT PAR ET POUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Jean a 20 $. À la fin de la semaine, il lui faut 25 $ pour faire une excursion avec sa famille. Pendant la semaine, il a l'habitude d'acheter des paquets de cartes de hockey au coût de 1 $. D'autre part, il peut gagner 2 $ chaque fois qu'il promène le chien du voisin.

Comment Jean peut-il s'assurer d'avoir 25 $ à la fin de la semaine tout en s'achetant au moins un paquet de cartes de hockey?

Enseignement par la résolution de problèmes.

Les élèves peuvent solutionner ce problème à l'aide de plusieurs modèles.

Enseignement pour la résolution de problèmes.

On veut encourager l'emploi d'une table de valeurs pour trouver la relation entre les variables :

20 + ● – ■ =25

●	■
6 x 2$	7 x 1 $
5 x 2$	5 x 1$
4 x 2$	3 x 1 $
3 x 2$	1 x 1$

À mesure que les équipes présentent leurs solutions, leur suggérer d'insérer les données correspondantes dans la table. Poser la question suivante aux élèves : « Remarquez-vous des régularités? »

Les élèves peuvent indiquer que lorsque le nombre de fois qu'ils marchent le chien diminue de 1, le nombre de cartes qu'il peut s'acheter diminue de 2.

Kaya et son amie se rendent à la boutique Philatérium pour se procurer des timbres à ajouter à leur collection. Elles veulent se procurer des timbres de la Colombie, du Danemark, de l'Ukraine et du Venezuela.

Voici la valeur des timbres :

Colombie	Cinq cents
Danemark	Dix cents
Venezuela	Vingt-cinq cents
Ukraine	Un dollar

Dans la boutique, Kaya et son amie observent une affiche qui présente les égalités suivantes :

5 C = 1 V

9 D + 2 C = 1 U

4 V + 3 D = 1 U + 6 C

3 V + 5 C = 1 U

Comment Kaya et son amie peuvent elles vérifier si les égalités sont vraies?

Enseignement par la résolution de problèmes.

Les élèves peuvent solutionner ce problème à l'aide de plusieurs modèles.

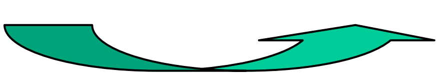
Enseignement pour la résolution de problèmes.

On veut encourager l'emploi de la droite numérique double avec ou sans nombre pour faire le lien avec le domaine de Modélisation et algèbre.

Exemple

5 C = 1 V

0 5 10 15 20 25 30 35 40



3. COMMUNICATION

> *« Apprendre à communiquer est devenu une priorité du curriculum scolaire […]. Il n'est pas étonnant que, dans la refonte curriculaire de l'Ontario, menée à la fin des années 1990 […] la communication ait été identifiée comme l'une des principales compétences à développer chez les élèves. »*
>
> (Radford et Demers, 2004, p. 12)

Dans la vie de tous les jours, la communication nous permet d'entrer en relation avec les autres et de mieux comprendre le monde qui nous entoure. La communication joue un rôle déterminant dans l'enseignement et dans l'apprentissage des mathématiques. La communication, c'est au départ l'utilisation de symboles et de vocabulaire mathématiques pour s'approprier les concepts. Les élèves ont besoin de parler, de poser des questions, d'émettre des hypothèses, de les vérifier, de présenter leurs stratégies et d'expliquer leur raisonnement tant à l'oral qu'à l'écrit pour clarifier leurs idées et mathématiser le monde qui les entoure.

DÉFINITION

De façon générale, la communication est définie comme un échange d'une information, d'un message entre un *émetteur* et un *récepteur* au moyen d'un médium (p. ex., signes, signaux). De par sa définition, le langage est un outil de communication à base de sons et de symboles que les gens utilisent pour se faire comprendre. La pensée mathématique est aussi un langage, un moyen de communiquer des faits de la vie réelle.

Comme tout autre langage, le langage mathématique comprend :

- Des symboles représentant des mots, des idées, des concepts (p. ex., 4, =, %, ( ), +, <, >, ml, ¢, ¾, π)
- Des phrases (p. ex., 27 + 44= 71, *A*= *b* x *h)*
- Des textes (p. ex., un diagramme, un tableau, une table de valeurs).

Comme dans tout autre langage, si l'on veut être capable de décoder le langage mathématique, de le comprendre et de l'utiliser, il faut être en mesure d'en interpréter toutes ses composantes. Il faut apprendre à l'entendre, à le lire, à le parler et à l'écrire.

Dans le cadre de la communication orale, l'enseignant ou l'enseignante apprend à l'élève à interpréter et à articuler des messages qui utilisent la terminologie juste et précise liée aux mathématiques.

Dans le cadre de la communication écrite, il faut rendre l'élève capable d'analyser et de formuler des messages écrits à l'aide du code des mathématiques (Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, 2002, p. 40).

IMPORTANCE DE LA COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUES

La communication en classe de mathématiques est essentielle; elle permet de donner un sens aux concepts mathématiques à l'étude. Savoir exprimer ce qu'ils ont pensé, ce qu'ils ont fait, ce que la solution représente permet aux élèves d'apprendre et de comprendre les mathématiques. Voici trois éléments qui soulignent la raison d'être de la communication en mathématiques.

1. Utiliser les connaissances et compétences en mathématiques.
La communication permet d'utiliser ses connaissances et ses compétences en mathématiques pour exprimer ou échanger des idées. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005a, p. 12)

2. Avoir un regard analytique sur le raisonnement des autres.
En écoutant, en parlant et en écrivant en mathématiques, les élèves sont non seulement amenés à organiser, à réorganiser et à consolider leur raisonnement et leur compréhension des mathématiques, mais aussi à *analyser, à évaluer et à développer le raisonnement mathématique des autres élèves et à s'en inspirer.* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011, p. 2)

3. Encourager une participation dynamique et interactive des élèves.
Quand le discours de l'enseignant ou de l'enseignante prédomine lors des discussions avec le groupe classe, les élèves ont tendance à lui confier le rôle d'expert ou d'experte, au lieu de comprendre qu'ils peuvent formuler leurs propres solutions et apprendre les uns des autres. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011, p. 2)

L’ÉCHANGE MATHÉMATIQUE : UN ÉLÉMENT CLÉ EN COMMUNICATION

Dans l’enseignement des mathématiques, il est important d’organiser à des moments précis des discussions générales afin d’assurer un échange d’idées entre les élèves. Comprendre un concept, lui donner un sens n’est pas seulement une activité individuelle. L’interaction sociale, le partage d’idées par le biais de dialogues ou de conversations informelles entre les élèves ou entre les élèves et l’enseignant ou l’enseignante, stimulent le développement de la pensée mathématique. Il importe de créer dans la salle de classe une communauté d’apprenants ayant tous un but commun : l’apprentissage des mathématiques.

> *« La transformation d’une classe d’une vingtaine ou trentaine d’individus en une communauté n’est pas une mince tâche; il s’agit d’une structure très différente de celle que la plupart d’entre nous [enseignants et enseignants] ont connue. »*

(Fosnot et Dolk, 2010, p. 31)

Traditionnellement les échanges en salle de classe se faisaient entre l’enseignant ou l’enseignante, en avant de la classe, et un élève puis entre l’enseignant ou l’enseignante et un autre élève pendant que les autres écoutaient attentivement.

> *« Dans une communauté d’échanges (Fosnot, 1989) les participants se parlent entre eux. Ils se posent des questions et commentent mutuellement leurs idées. Ils défendent leurs idées devant la communauté, pas seulement devant l’enseignant. Les idées sont acceptées dans la communauté dans la mesure où les participants sont d’accord et ne les désapprouvent pas. »*

(Fosnot et Dolk, 2010. p. 31)

Le personnel enseignant fait partie de cette communauté mais joue un rôle particulier; il n’est plus le seul moyen de diffuser des connaissances. L’enseignant ou l’enseignante planifie, facilite, observe, questionne, encourage et fait ressortir des liens trouvés par les équipes de travail afin d’assurer que le dialogue soutient un apprentissage mathématique authentique. Par le questionnement, l’enseignant ou l’enseignante favorise le dialogue (p. ex., « Qui peut redire ce que Mia nous a expliqué? », « Avez-vous des questions? », « Qui est d’accord? », « Qui n’est pas d’accord? », « Est-ce que quelqu’un a une autre idée ou façon de penser à ce sujet ? »).

Les élèves sont encouragés à discuter des idées des autres, à examiner la pensée de celui ou celle qui s’exprime. Ils ont la responsabilité de réfléchir sur ce qui est dit et de faire des commentaires.

Dans la réalité, sur le plan international, les mathématiciens et mathématiciennes échangent entre eux leurs idées, leurs problèmes, leurs preuves et leurs hypothèses; ils se rencontrent en forum ou lors de congrès pour échanger. Fosnot et Dolk (2010) reprennent cette idée et proposent des congrès de mathématiques pour la salle de classe. Après les enquêtes et la rédaction des hypothèses et des solutions, la communauté se réunit pour un congrès mathématiques. Il importe de souligner que cette activité va au-delà de la simple mise en commun des idées des élèves.

> *« Le congrès poursuit le travail qui amènera les élèves à devenir des mathématiciens […]. Il se dégage de ce congrès des concepts et des stratégies qui forment la discipline émergente des mathématiques en classe. »*

(Fosnot et Dolk, 2010, p. 32)

L'enseignant ou l'enseignante relance la discussion et détermine les idées qui doivent être mises en relief (p. ex., « Cette preuve est-elle valide? », « Pourquoi? », « Cet argument est-il convaincant? », « Pourquoi? », « Qu'est-ce qu'on peut considérer comme une stratégie efficace? », « Comment les idées sont-elles symbolisées? », « Quels outils ou matériel de manipulation s'avèrent utiles? », « Pourquoi?»).

Le congrès peut permettre d'atteindre différents objectifs :

- mettre l'accent sur un concept clé;
- faire la lumière sur la modélisation;
- perfectionner des stratégies.

Le congrès peut être structuré de différentes façons comme le montre le tableau suivant.

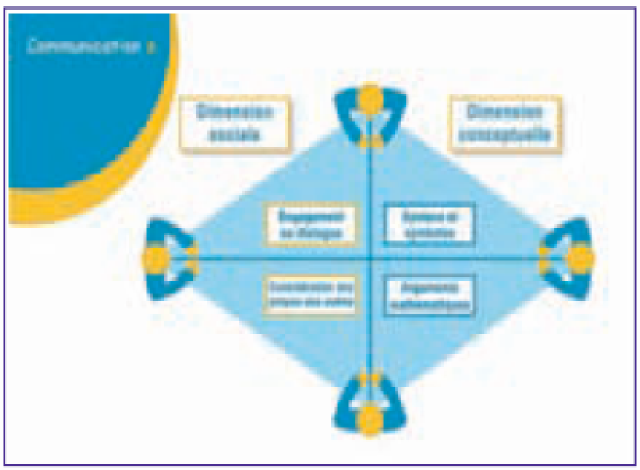
Objectifs	**Stratégies**
Mettre l'accent sur un concept clé	Chercher le concept clé dans les travaux d'élèves. Centrer les discussions sur ce concept.
Mettre en lumière la modélisation	Discuter des liens entre les diverses solutions et stratégies.
Perfectionner des stratégies	Orienter la discussion à partir des stratégies : des moins efficaces jusqu'aux plus efficaces.

> *« L'objectif est toujours de développer la mathématisation, de favoriser le passage d'étapes et les changement dans la pensée et d'aider l'apprenant à former des réseaux de concepts. »*

(Fosnot et Dolk, 2010, p. 33)

DIMENSIONS CONCEPTUELLE ET SOCIALE

Par l'utilisation d'un vocabulaire de relations causales, les élèves pourront démontrer leur raisonnement. L'utilisation d'arguments mathématiques justes, clairs et suffisants rendra la communication efficace. C'est ce que Radford et Demers (2004) appellent la **dimension conceptuelle de la communication.** Cependant, la communication ne se fait pas en vase clos; elle implique une **dimension sociale**. Le dialogue avec d'autres débute par une écoute active suivie d'une rétroaction aux propos des autres, et ce, dans un climat de respect d'autrui. Dans ce climat, le discours de chacun et chacune est considéré comme ayant de la valeur et étant important d'être partagé. La communication apparaît donc « comme une occasion d'établir des échanges à l'intérieur desquels les élèves s'approprient [...] un savoir mathématique spécialisé ». (Radford et Demers, 2004, p. 50)



Il est essentiel que la communication s'effectue régulièrement dans les salles de classe et même que l'enseignant et l'enseignante planifie et alloue suffisamment de temps pour permettre des échanges qui alimenteront la compréhension conceptuelle aux élèves. Certes, cela prend du temps, mais les retombées sur l'acquisition et la consolidation des concepts mathématiques en valent la peine. Souvent ces échanges facilitent la verbalisation de généralisations et amènent les élèves à vivre le processus d'abstraction.

Les écoles francophones en Ontario vivent une réalité bien particulière qui se reflète dans la dimension sociale de la communication. Dans plusieurs cas, le milieu autour de l'école est majoritairement anglophone. Les élèves, par conformité sociale, parlent souvent anglais au détriment du développement de leur langue maternelle.

L'enseignant ou l'enseignante voit alors à valoriser l'utilisation de la langue française et à proposer des situations de résolution de problèmes intégrant le contexte franco-ontarien.

« Le type d'enseignement décrit dans ce rapport veut permettre au personnel enseignant de tenir compte de ces différences et d'apprécier à leur juste valeur, l'identité de l'élève, ses antécédents et ses connaissances antérieures mais il faut reconnaître également que certaines situations exigent soit de modifier les méthodes exposées, soit de les élaborer plus amplement […] ».

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a. p. 36)

OBJECTIFS CLÉS DE LA COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUES

La compétence en communication est composée de plusieurs sous-compétences qui sont interdépendantes. Dans le cadre d'une recherche-action, Radford et Demers (2004) ont identifié certaines de ces sous-compétences et cerné les années d'études au cours desquelles les élèves pourraient les acquérir (voir le tableau ci-dessous). L'enseignant ou l'enseignante peut s'y référer pour identifier lesquelles cibler au cours de l'année et choisir les stratégies d'enseignement et les activités qui favoriseront leur développement.

Il est à noter que les habiletés en communication pour le **cycle intermédiaire** et le cycle supérieur sont très similaires, par contre, plus l'élève avance dans son cheminement, plus il ou elle utilise des concepts et représentations symboliques afin d'appuyer ses arguments mathématiques. On commence à introduire l'élève au formalisme des mathématiques au **cycle intermédiaire** pour le perfectionner au **cycle supérieur.**

Cycle intermédiaire	**Cycle supérieur**
Utiliser les conventions mathématiques correspondantes au **cycle intermédiaire**	Utiliser les conventions mathématiques correspondantes au **cycle supérieur**
Écouter les propos mathématiques de ses pairs	Écouter les propos mathématiques de ses pairs
Interpréter les arguments mathématiques de ses pairs	Interpréter les arguments mathématiques de ses pairs
Évaluer de façon critique les arguments de ses pairs	Évaluer de façon critique les arguments de ses pairs
Exprimer les arguments mathématiques appropriés à la situation mathématique en question	Exprimer les arguments mathématiques appropriés à la situation mathématique en question en utilisant des concepts et des représentations symboliques convenables
Présenter les justifications mathématiques des arguments qu'il ou elle avance	Présenter les justifications mathématiques des arguments qu'il ou elle avance en utilisant, au besoin, la collecte de données et la technologie
Améliorer sa connaissance de ce qu'est un argument exact, clair et suffisant	Améliorer sa connaissance de ce qu'est un argument exact, clair et suffisant
Organiser avec logique et efficacité la présentation d'un résultat d'une activité mathématique	Organiser avec logique et efficacité la présentation d'un résultat d'une activité mathématique

*Adaptation du document de Luis Radford et Serge Demers, *Communication et apprentissage*, 2004.

COMMUNICATION ORALE EN MATHÉMATIQUES

Les élèves qui communiquent et écoutent les autres discuter de concepts mathématiques s'enrichissent et acquièrent de l'expérience en matière de réflexion, de raisonnement et de développement d'un langage mathématique précis. La communication orale est une façon très efficace de leur permettre de démontrer et d'approfondir leur compréhension des concepts. Il faut donc fournir aux élèves diverses occasions de développer ces habiletés en classe, c'est-à-dire des occasions où ils doivent discuter, écouter, questionner, expliquer, définir ou justifier.

> *« Pour maximiser les chances de succès de l'élève en milieu minoritaire, la maîtrise de l'oral devrait être au cœur de toutes les activités pédagogiques, et ce, dès le préscolaire. L'enjeu est d'amener les jeunes non seulement à étudier en français, mais aussi à vouloir le parler, le plus souvent possible, dans toutes les situations de la vie courante. L'école devrait, par sa programmation et ses services, convaincre l'élève de la pertinence d'un tel apprentissage. »*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004c, p. 37)

Au **cycle primaire**, la communication orale occupe une place importante en mathématiques étant donné que les élèves commencent à apprendre à lire et à écrire. L'enseignant ou l'enseignante pourra aider les plus jeunes élèves à développer leurs habiletés en communication orale en appuyant ses explications avec des illustrations, des dessins et du matériel concret et en encourageant les élèves à faire de même. Il ou elle devrait aussi les aider à articuler, à l'aide de mots justes et précis, les idées mathématiques représentées par ces dessins ou ces objets.

Au **cycle moyen**, les élèves ont généralement acquis les habiletés sociales liées à la communication dans le cadre d'un travail de groupe et peuvent exprimer et justifier logiquement un argument mathématique (p. ex., tous les carrés sont des losanges car leurs côtés sont congrus, mais tous les losanges ne sont pas nécessairement des carrés car ils peuvent ne pas avoir d'angle droit). Par contre, certains élèves ont tendance à se laisser intimider par les arguments des autres et à se retirer du dialogue. Il importe donc de créer dans la classe un climat de confiance et de respect où tous les élèves sont encouragés à participer et où tous leurs propos sont valorisés.

Au **cycle intermédiaire**, les élèves sont amenés à tenir des raisonnements qui portent non seulement sur des solutions particulières mais aussi sur des généralisations (p. ex., les propriétés d'un trapèze ne s'appliquent pas seulement au trapèze construit par l'élève, mais à *tous* les trapèzes).

*« L'activité mathématique, au **cycle intermédiaire**, se caractérise par un passage conceptuel important qui va du particulier au général […]. Les raisonnements perceptifs (c'est-à-dire les raisonnements basés sur ce qu'on voit) se transforment en raisonnements qui s'appuient de plus en plus sur des relations mathématiques générales. Une démarche d'argumentation, ou des raisonnements déductifs, inductifs et des abstractions sont ainsi mis en œuvre, permet la production de jugements et d'arguments d'une portée générale. »*

(Radford et Demers, 2004, p. 82)

Le langage, les symboles et les formules mathématiques deviennent des moyens pour réfléchir, objectiver et communiquer les arguments des élèves. Il importe que les élèves, à ce cycle, produisent des preuves mathématiques plus convaincantes et utilisent des stratégies plus complexes.

À tous les cycles, les élèves doivent développer davantage l'habileté à écouter les autres et l'habileté à s'engager dans un vrai dialogue. Il importe qu'ils puissent élaborer un argument mathématique, utiliser les liens logiques de causalité et discuter des ressemblances et des différences entre les diverses preuves présentées par les autres.

PROMOUVOIR LA COMMUNICATION ORALE EN MATHÉMATIQUES

L'enseignement du vocabulaire est une composante importante du développement de la communication en mathématiques. Les élèves doivent posséder suffisamment de vocabulaire mathématique pour construire le sens des concepts rencontrés en situation de résolution de problèmes, pour exprimer leur pensée et pour expliciter leur démarche. L'utilisation, par l'enseignant ou l'enseignante, d'un langage mathématique juste et rigoureux incite les élèves à utiliser ce même langage. Il n'est pas plus difficile d'apprendre un terme juste qu'un terme familier (p. ex., *axe de symétrie* au lieu de *droite de symétrie*, *cube ou solide* au lieu de *boîte*, *sphère* au lieu de *boule* ou *ballon, variable* au lieu de *lettre*).

Enseigner le vocabulaire mathématique se fait :

- **En étant un bon modèle.** Comme pour l'apprentissage d'une langue maternelle, le modèle de communication est déterminant en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante est ce modèle lorsqu'il ou elle utilise correctement le langage mathématique en classe pour amener ses élèves à le parler, à le lire et à l'écrire correctement à leur tour. Il faut particulièrement faire preuve de vigilance en ce qui concerne l'emploi de la bonne terminologie mathématique. Il peut être nécessaire de définir les termes ou de faire des liens avec les termes familiers que les élèves connaissent pour s'assurer que la terminologie est bien comprise. Notons aussi que le même langage mathématique devrait être véhiculé au niveau de l'école, du conseil et de la province.
- **En le mettant en contexte.** Les élèves possèdent déjà des mots familiers pour s'exprimer en mathématiques; ils parlent, par exemple, de *coin* plutôt que de *sommet*, de *boule* plutôt que de *sphère*. Il est important d'intervenir lorsque les élèves utilisent un mot familier pour désigner une notion ou un concept mathématique. L'intervention consiste à expliquer qu'il existe un terme mathématique plus précis pour dire la même chose, puis à présenter et à définir le terme en question. L'intervention étant contextualisée, les élèves établissent un lien direct entre le terme mathématique et leurs connaissances antérieures. Au cycle intermédiaire, il demeure important de présenter les nouveaux concepts en utilisant le vocabulaire mathématique approprié. Par exemple, il est préférable d'utiliser le terme *translation* plutôt que *glissement*.
- **En établissant des liens entre les mots de même racine.** Travailler la sémantique lexicale est une stratégie très efficace au niveau de la compréhension. Lorsque les élèves apprennent à reconnaître des mots de même racine (p. ex., trois/triangle, quatre/quadrilatère), ils comprennent mieux les divers concepts, les relient plus aisément à leurs connaissances antérieures et organisent mieux leur pensée. Les élèves retiennent donc mieux les concepts, ce qui favorise du même coup, le transfert des connaissances lexicales dans de nouvelles applications.

STRATÉGIES FAVORISANT LA COMMUNICATION ORALE EN MATHÉMATIQUES

Il faut que l'enseignant ou l'enseignante accorde une importance particulière à la compréhension et à l'utilisation du vocabulaire et des expressions mathématiques. Il ou elle devrait mettre l'accent sur la compréhension, la répétition ou même la reformulation des idées articulées lors des échanges ou des discussions de classe. Les élèves devraient être en mesure d'utiliser leur capacité d'analyse critique et d'exprimer leur accord ou leur désaccord avec les propos de leurs camarades de classe. Ils doivent apprendre à écouter et à communiquer dans un contexte de travail d'équipe et lors des échanges d'idées qui s'ensuivent.

Plusieurs stratégies permettent de développer la communication orale en mathématiques. Afin de susciter l'intérêt des élèves pour cette forme de communication, l'enseignant ou l'enseignante devrait utiliser une variété de stratégies. En voici quelques-unes accompagnées d'une brève description.

Remue-méninges

Le remue-méninges est une technique de réflexion, de création et de recherche collective fondée sur la mise en commun du plus grand nombre d'idées et de suggestions possible des membres d'un groupe, sans opposition ni critique à l'égard des idées ou suggestions exprimées. Le remue-méninges favorise l'expression spontanée et laisse libre cours à la pensée divergente.

Cette stratégie :

- favorise l'interaction entre les élèves;
- facilite l'expression spontanée (p. ex., les élèves expriment leurs connaissances en faisant part de leurs expériences personnelles);
- permet de faire le point sur les connaissances antérieures des élèves;
- fournit des pistes qui aident les élèves à organiser et à articuler leur pensée et qui facilitent les apprentissages ultérieurs.

Objectivation

L'objectivation consiste à prendre conscience de ce que l'on est en train de faire ou de vivre, et à faire de cette prise de conscience un objet de raisonnement et de métacognition. La pratique soutenue de cet exercice en mathématiques permet de développer de façon graduelle et continue, sa capacité de résoudre des problèmes et d’éviter de refaire les mêmes erreurs. Les élèves savent identifier leurs forces et leurs difficultés et peuvent transférer leurs nouvelles connaissances dans une autre situation d’apprentissage.

L’enseignant ou l’enseignante fait objectiver ses élèves oralement ou par écrit pour :

- reconnaître les diverses stratégies qu’ils utilisent pour réaliser une tâche (p. ex., résoudre un problème);
- déterminer leurs forces et leurs difficultés en ce qui a trait aux compétences évaluées en mathématiques (p. ex., compréhension des concepts mathématiques, utilisation du vocabulaire et du langage mathématique).

Les élèves pratiquent l’objectivation en mathématiques pour :

- prendre conscience de leurs apprentissages dans cette matière;
- utiliser leurs connaissances antérieures dans de nouvelles situations d’apprentissage;
- augmenter leurs capacités métacognitives;
- développer leurs habiletés de communication en mathématiques (p. ex., parler, lire et écrire en utilisant la terminologie mathématique appropriée);
- prendre connaissance de leurs progrès en mathématiques et de leur cheminement personnel au-delà de leurs connaissances et de leurs habiletés.

Entrevue (rencontre)

L’enseignant ou l’enseignante rencontre un ou une élève, ou un petit groupe d’élèves présentant des besoins semblables, afin de répondre à leurs besoins spécifiques.

Cette stratégie :

- permet d’adresser une question particulière ou un apprentissage précis (p. ex., acquisition d’un concept étudié en classe);
- fournit l’occasion de préciser les besoins de l’élève, de lui apporter un soutien individualisé grâce à la rétroaction et d’assurer un meilleur suivi;
- favorise le développement de la compétence en communication, puisqu’en communiquant, l’élève structure sa pensée.

Apprentissage coopératif

L'apprentissage coopératif est un mode d'apprentissage où les élèves travaillent en équipes de deux ou en petits groupes autour d'un même objet d'études ou d'un projet. Axée sur le travail d'équipe, cette stratégie leur permet entre autres de développer des habiletés sociales et linguistiques.

Cette stratégie :

- favorise la découverte, le questionnement, la recherche et la résolution de problèmes;
- expose les élèves à diverses façons d'envisager et de parler d'un même problème, les amène à différencier les stratégies de résolution de problèmes et à reconnaître les plus efficaces dans une situation donnée;
- favorise l'apprentissage de la terminologie mathématique appropriée;
- amène les élèves à se concentrer sur l'objet d'étude et les idées connexes émises au cours des échanges, ce qui approfondit leur compréhension de la matière et leurs capacités de réflexion;
- renforce la motivation (intérêt et attitude), car les élèves, trouvant un soutien dans leur groupe de travail, acquièrent de la confiance en eux;
- donne aux élèves la chance de participer activement à leur apprentissage;
- développe chez les élèves des habiletés sociales telles que l'écoute et l'entraide;
- fournit aux élèves l'occasion d'exprimer leur opinion, de la faire valoir et de la défendre au besoin.

Modelage

Le modelage est une technique d'enseignement combinant la démonstration d'une tâche à accomplir et l'explication des diverses actions physiques ou cognitives qui permettent de l'accomplir. La démonstration peut prendre la forme d'une action, d'un processus ou d'un comportement et doit s'inscrire dans un contexte significatif. La personne qui modèle rend observable l'action, le processus ou la stratégie en question en réfléchissant à haute voix.

Cette stratégie :

- permet de clarifier ou d'approfondir la compréhension des raisons d'être d'une action, d'un processus ou d'une stratégie;
- aide les élèves à assimiler diverses stratégies cognitives et métacognitives nécessaires à l'exécution d'une variété de tâches;
- favorise le transfert des connaissances.

Questionnement

Poser des questions est une stratégie d’enseignement permettant d’amener les élèves à s’engager dans une tâche et, graduellement, à réfléchir de façon autonome.

Cette stratégie :

- permet de traiter une question particulière sous tous ses aspects, ce qui rehausse le niveau de compréhension des élèves;
- facilite les applications mathématiques;
- engage à la réflexion et à la discussion;
- permet d’exposer les élèves à différentes façons de communiquer un raisonnement;
- favorise l’acquisition de la terminologie mathématique appropriée.

Présentation

Cette stratégie exige de préparer et présenter un exposé ou une affiche expliquant des concepts mathématiques ou des solutions trouvées, dans divers contextes, comme une foire mathématique, une soirée portes-ouvertes, dans un vidéo-clip ou lors d’olympiades mathématiques.

Cette stratégie :

- permet de communiquer de façon succincte la compréhension d’un concept ou d’une situation de résolution de problèmes;
- engage à la réflexion et à la discussion;
- permet d’exposer les élèves à différentes façons de communiquer un raisonnement.

Débat

Le débat est une occasion de défendre ses points de vue ou ses idées devant les autres. La pratique de cette stratégie favorise le développement de la compréhension conceptuelle en mathématiques tout en formant les élèves à justifier des arguments de façon précise et convaincante.

Cette stratégie :

- fournit aux élèves l’occasion d’exprimer leur opinion, de la faire valoir et de la défendre;
- favorise l’argumentation;
- permet d’utiliser des contre-exemples;
- favorise l’acquisition de la terminologie mathématique appropriée;
- favorise l’acquisition de l’éloquence et de la confiance en soi devant un auditoire.

RECOMMANDATIONS POUR LES ÉLÈVES DES PROGRAMMES D'ALF ET DU PANA

Pour les élèves des programmes d'ALF et du PANA, l'enseignant ou l'enseignante s'assure qu'ils possèdent la terminologie mathématique nécessaire pour comprendre une situation-problème, pour la réaliser et pour communiquer leur cheminement en plus de la solution correctement. Il ou elle peut avoir recours à différents regroupements pour favoriser la participation et la réussite des élèves. L'enseignant ou l'enseignante veille à ce que les élèves de ces programmes développent leurs habiletés de communication afin qu'ils parviennent à démontrer leur niveau de compréhension en mathématiques (p. ex., il ou elle guide leur raisonnement en leur suggérant les mots et les structures de phrases appropriés qui les aideront à exprimer leur pensée).

> *« Le dépassement du cadre perceptif fait en sorte que le langage, les symboles et les formules mathématiques acquièrent une plus grande importance […]. Il devient possible à cet âge, de produire des preuves mathématiquement plus convaincantes et d'avoir recours à des marches è suivre hautement complexes, comme le contre-exemple. »*
>
> (Radford et Demers, 2004, p. 82)

COMMUNICATION ÉCRITE EN MATHÉMATIQUES

L’écrit est un outil précieux sur le plan de l’apprentissage et de l’évaluation. « Le savoir-écrire repose sur un ensemble de stratégies qui permet de rédiger des textes à des fins scolaires ou dans différents contextes de la vie quotidienne. […] Écrire est aussi une forme d’expression de soi qui, dans le contexte scolaire, sert à vérifier ce qui a été appris et compris. » (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2004c, p. 38)

La communication écrite en mathématiques est l’utilisation des symboles, des conventions et de la terminologie ou vocabulaire mathématique avec **exactitude**. La communication écrite permet :

- d’émettre des hypothèses;
- de présenter des stratégies;
- d’expliquer le raisonnement;
- de poser des questions;
- de démontrer son idée.

L’apprentissage de la communication écrite est progressif. Aux **cycles préparatoire et primaire**, la communication est surtout orale. Toutefois, l’apprentissage de la communication écrite commence avec des notions élémentaires. Les élèves apprennent quelques conventions mathématiques et sont capables d’exprimer leur pensée par des dessins ou des symboles. Au **cycle moyen** les élèves continuent l’apprentissage de la communication écrite en mathématiques. Face à un problème mathématique, ils sont tenus de trouver le résultat, de l’exprimer et de le justifier par écrit.

Au **cycle intermédiaire**, la communication vise un niveau plus élevé d’argumentation. Les élèves apprennent à élaborer et exprimer des arguments mathématiques appropriés à la situation mathématique donnée et à présenter des justifications mathématiques des arguments qu’ils avancent. En conséquence, ils améliorent leur capacité d’organisation et de présentation écrite d’un résultat d’une activité mathématique. L’amélioration de la communication écrite est notable. Par exemple, le dessin très rudimentaire au début de l’apprentissage devient raffiné et représente réellement une idée ou un concept : dessiner un carré ou un triangle, représenter une unité ou une dizaine à l’aide du matériel à base 10, représenter un entier à l’aide de jetons bicolores, dessiner une droite dans un repère cartésien, etc.

> *« La communication en classe de mathématiques est un moyen indispensable et incontournable d’apprentissage. Mais pour être efficace, la communication doit favoriser le recours à des raisonnements et à des argumentations mathématiques se rapportant aux concepts visés. »*
>
> (Radford et Demers, 2004, p. 16)

Exemple

Considérons une suite numérique : 1, 3, 5, 7, … que les élèves sont amenés à étudier.

Son étude exige de l'élève un niveau de compétence en communication écrite. En effet, l'élève doit développer un argument mathématique rigoureux et communiquer le sens mathématique de cette suite de plusieurs façons :

1) Mots : cette suite représente une suite de nombres impairs.

2) Dessin : suite de figures (carrés)

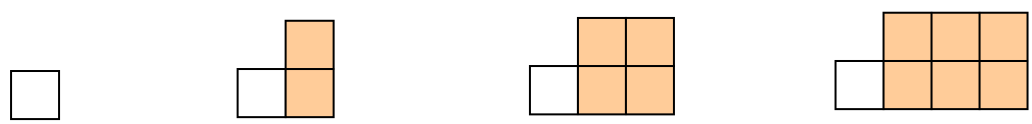


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

3) Tableau de valeurs

Numéro de la suite *n*	1	2	3	4	5	…
Valeur *v* ou nombre de carrés *c*	1	3	5	6	7	

4) Représentation symbolique : $v = 2 x (n-1) +1$, relation entre la valeur de la suite et le numéro de la suite.

En classe de mathématiques, l'élève se sert de la communication écrite pour montrer son travail et démontrer sa compréhension, son raisonnement et ses habiletés en résolution de problèmes. Il ou elle prend conscience de l'importance des arguments (clarté, exactitude et suffisance) dans la production du travail écrit.

Il est recommandé que l'enseignant ou l'enseignante utilise les travaux de l'élève pour déterminer les forces et les besoins d'un élève en particulier ou d'un groupe d'élève afin d'adapter les stratégies d'enseignement.

Exemple

Remplace le tiret par le symbole approprié : =, **<** ou **>,**

a) 5_____ 5, b) 7______3, c) 12______15.

La question a) permet à l'enseignant de voir si l'élève a bien compris le sens des symboles ainsi que le concept qu'ils véhiculent. En effet, si un élève ou une élève répond à la question a) en utilisant un de deux symboles (p. ex., 5 **<** 5), ceci donne un indice à l'enseignant ou l'enseignante sur le niveau de compréhension du sens de nombres et des symboles par l'élève.

PROMOUVOIR LA COMMUNICATION ÉCRITE EN MATHÉMATIQUES

Pour amener les élèves à communiquer correctement par écrit leur raisonnement mathématique, il faut leur offrir de nombreuses occasions de le faire en classe, leur donner un modèle et les guider. Il revient à l'enseignant ou à l'enseignante de varier et d'adapter au besoin ses stratégies d'enseignement pour faire de la communication du raisonnement mathématique une priorité dans sa classe.

Des directives bien précises (p. ex., « Montre ton travail », « Laisse des traces », « Justifie ton raisonnement », « Démontre ta démarche ») incitent l'élève à organiser avec logique et efficacité la présentation écrite de la solution d'une activité mathématique. Il arrive souvent que certains élèves éprouvent de la difficulté à s'exprimer par écrit. Il importe que l'enseignant ou l'enseignante juge la compréhension en posant des questions orales. Mais des efforts doivent toujours être mis en œuvre pour amener l'élève du **cycle intermédiaire** à améliorer ses capacités en communication écrite.

L'enseignant ou l'enseignante favorise la communication écrite en mathématiques :

- en familiarisant les élèves avec les outils organisationnels, les stratégies, les démarches et le langage mathématique grâce auxquels ils pourront articuler et traduire leur pensée mathématique;
- en modelant les différentes étapes du processus d'écriture en situation d'apprentissage guidé;
- en questionnant les élèves pour vérifier leur raisonnement et en clarifiant les méprises;
- en offrant une rétroaction continue lors des apprentissages en mathématiques;
- en soulignant les idées intéressantes ou innovatrices;
- en favorisant le questionnement chez les élèves;
- en demandant des explications supplémentaires au besoin;
- en posant des questions telles que : « Comment le sais-tu? », « Comment peux-tu rendre ton argument plus clair? »;
- en donnant le temps nécessaire à la révision des travaux.

Les élèves imitent souvent leurs enseignants ou leur enseignantes. Il importe donc que ceux-ci ou celles-ci fassent preuve de rigueur dans leurs présentations orale et écrite afin de modeler les comportements désirés. L'utilisation des outils géométriques appropriés est indispensable lors de tracés des figures géométriques. À titre d'exemple, tracer un triangle à main levée pourrait indiquer aux élèves que les côtés du triangle ne sont pas nécessairement formés de segments de droite. De même, qu'est-ce que les élèves vont retenir si l'enseignant ou l'enseignante dessine toujours des cercles sans compas? En modélisation, l'utilisation d'un plan cartésien qui respecte les normes est de rigueur.

Certaines règles de base doivent donc être respectées. Il est impératif de présenter des tracés justes et précis si l'on veut que, dans leur communication écrite, les élèves le fassent aussi. L'utilisation de stencils, de formes en carton, de papier quadrillé, de papier à points et d'une règle facilite le développement de cette rigueur indispensable en mathématiques. Le respect des règles devrait être montré et enseigné car on dit toujours qu'un dessin vaut plus que mille mots.

STRATÉGIES FAVORISANT LA COMMUNICATION ÉCRITE EN MATHÉMATIQUES

De nombreuses stratégies permettent de favoriser la communication écrite dans un contexte mathématique. Il est essentiel de recourir à une variété de stratégies pour aider les élèves à développer leurs habiletés à communiquer par écrit leur raisonnement mathématique.

Voici une liste de stratégies possibles qui sont présentées dans les pages suivantes :

- Utilisation d'outils organisationnels
- Réflexion, échange à l'oral et à l'écrit
- Présentation sur transparent
- Utilisation d'un napperon
- Travail de groupe et échanges
- Conception de livres d'images mathématiques
- Conception d'affiches
- Formulation de problèmes
- Activités d'écriture créative en mathématiques
- Création d'un mur de mots
- Création d'un mur de stratégies
- Tenue d'un journal de mathématiques

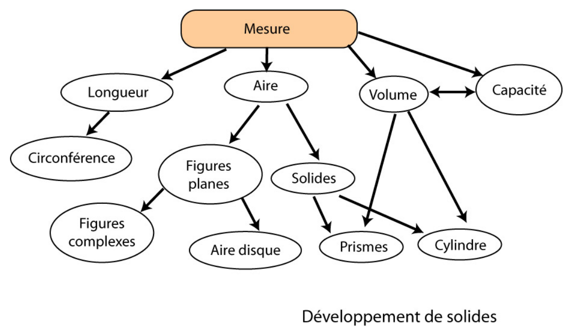
Utilisation d'outils organisationnels

Les outils organisationnels servent à représenter visuellement les éléments de l'information qui constituent l'essentiel d'une communication écrite ou orale. Ces éléments peuvent être représentés à l'aide de mots, d'images ou de symboles. Ils aident les élèves à développer un sens de la structure et de l'organisation des idées (p. ex., séquence d'événements, organisation de l'information) et facilitent la distinction entre des idées connexes.

Exemples

- La carte d'exploration (carte ou réseau conceptuel) permet d'établir des liens entre les idées reliées au concept à l'étude.

Domaine mesure : liens entre les thèmes



- La représentation visuelle (suite de figures) permet de définir une relation entre deux variables (p. ex., le numéro de la figure et le nombre de carrés correspondants au numéro).

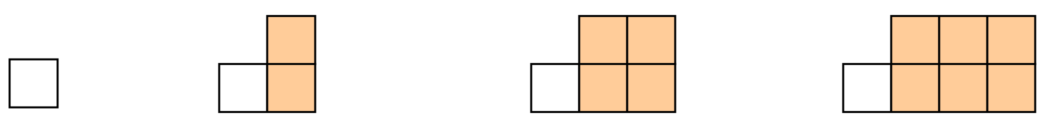


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

- Le tableau de valeurs permet d'organiser les données, faciliter la consultation ou trouver une régularité (p. ex., suite de figures ci-dessus).

Suite de figures

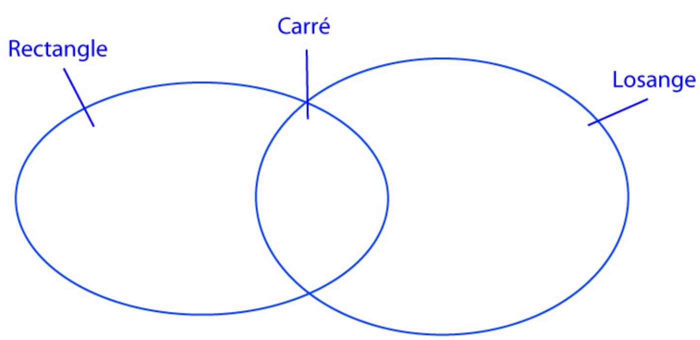
Numéro de la suite, *n*	1	2	3	4
Nombre de carrés, *c*	1	3	5	7

- La représentation symbolique de la suite de figures est une équation mathématique qui établit la relation entre les deux variables

c = 1 + 2 x (n - 1)

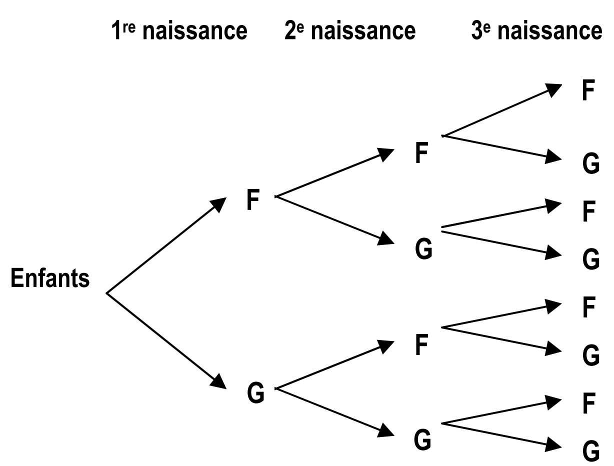
- Le Diagramme de Venn permet de mettre en évidence les relations d'inclusion et d'exclusion.

Figures géométriques régulières ayant 4 côtés



- Le diagramme en arbre permet de dénombrer les résultats possibles d'un événement et déterminer les probabilités.

Une famille de trois enfants : probabilité de naissance.



Légende :

F : représente une fille

G : représente un garçon

Réflexion, échange à l'oral et à l'écrit

Cette stratégie consiste à donner aux élèves l'occasion de réfléchir et d'exprimer verbalement ce qu'ils comprennent d'une question et d'en discuter avant d'écrire. L'enseignant ou enseignante pose des questions spécifiques sur lesquelles les élèves sont invités à réfléchir individuellement ou en groupe avant de passer à l'écriture.

Exemple

Trois amis jouent en lançant trois pièces de monnaie pour décider qui va payer le déjeuner au cours d'une semaine donnée. Quelle serait une façon de représenter cette situation mathématiquement?

Présentation sur transparent (tableau blanc ou diaporama)

Cette stratégie consiste à demander aux élèves d'utiliser un support visuel (tableau blanc ou diaporama) pour présenter leur pensée ou leur raisonnement mathématique. Le but est d'offrir à l'élève l'occasion de présenter un travail écrit et d'en discuter avec l'ensemble de la classe.

Exemple

Trois amis jouent en lançant trois pièces de monnaie pour décider qui va payer le déjeuner au cours d'une semaine donnée. Demander à plusieurs groupes de présenter leurs modèles de représentions.

Utilisation d'un napperon

Cette stratégie consiste à exposer les élèves à diverses façons d'envisager un problème ou de cerner une question mathématique.

Exemple

Travail de groupe et échanges

Cette stratégie consiste à donner aux élèves l'occasion de réfléchir et d'exprimer verbalement ce qu'ils comprennent d'une question et d'en discuter avant d'écrire. La stratégie convient très bien à la situation de résolution de problèmes. Les étapes de la résolution du problème sont consignées par écrit puis les productions écrites sont échangées avec celles d'une autre équipe pour en discuter.

Voici les phases de cette stratégie :

Lecture du problème

L'enseignant ou l'enseignante :

- lit le problème avec les élèves pour s'assurer qu'ils comprennent bien ce qu'on attend d'eux;
- note au tableau ou sur un transparent, les idées et les suggestions émises par les élèves au cours d'une discussion portant sur le problème ou sur un concept qui s'y rattache;
- commente à haute voix les idées proposées;
- demande aux élèves de se regrouper en équipe pour résoudre le problème.

Résolution

Les élèves :

- se mettent d'accord et écrivent leurs idées, les étapes de la résolution et la solution au problème (la clarté et la précision de leurs arguments mathématiques dépendront de leur année d'études);
- ajoutent, si nécessaire, un dessin, un tableau, un diagramme ou une expression mathématique pour illustrer leurs idées.

L'enseignant ou l'enseignante :

- intervient au besoin afin d'assurer la participation de tous les élèves;
- crée une culture d'échange et d'ouverture qui déculpabilise l'erreur et valorise les discussions qui s'ensuivent.

Partage entre deux équipes

Les équipes se rencontrent pour :

- échanger leurs solutions écrites;
- discuter des étapes de la solution de l'autre équipe;
- commenter, de façon constructive, les arguments de l'autre équipe;
- résumer et organiser leur solution et leurs arguments pour l'échange mathématique.

Échange mathématique

L'enseignant ou l'enseignante :

- place les élèves en demi-cercle pour discuter du problème;
- invite les groupes à présenter leur solution au problème selon un ordre qui répond à un objectif spécifique (p. ex., complexité des stratégies, efficacité des stratégies, clarté des arguments utilisés pour appuyer la stratégie);
- fait en sorte que tous les élèves écoutent respectueusement les idées des autres et prennent part à la discussion;
- anime une discussion sur la pertinence des arguments mathématiques présentés (p. ex., en demandant si les arguments sont clairs, justes et suffisants).

Conception de livres d’images mathématiques

Cette stratégie consiste à amener les élèves à réaliser individuellement, en équipe ou en groupe classe un livre d’images pour illustrer ou expliquer des concepts mathématiques (p. ex., addition, unité de mesure, solide, bissectrices, médianes, droites parallèles ou perpendiculaires).

Conception d’affiches

Cette stratégie consiste à amener les élèves à illustrer et à expliquer, sur une affiche, les résultats d’une recherche effectuée sur un concept ou sur une idée mathématique, ainsi que le rapprochement entre ce concept ou cette idée et le monde qui les entoure (p. ex., en modélisation et en algèbre : collage illustrant différentes suites numériques ou non numériques).

Formulation de problèmes

Cette stratégie consiste à amener les élèves à reconnaître et à réfléchir aux problèmes mathématiques rencontrés dans la vie quotidienne. L’enseignant ou l’enseignante demande aux élèves de rédiger leurs propres problèmes mathématiques et leur offre l’occasion de les partager avec les autres.

Activités d’écriture créative en mathématiques

Cette stratégie consiste à laisser les élèves exprimer de façon créative leur vision ou leur compréhension d’un concept mathématique (p. ex., composer une courte chanson pour expliquer un concept, monter une saynète pour illustrer le concept du théorème de Pythagore).

Création d’un mur de mots

Cette stratégie consiste à afficher au mur les nouveaux mots de vocabulaire mathématique étudiés et accompagnés d’illustrations ou d’explications. Les élèves peuvent consulter le mur de mots pour formuler leurs réponses (écrites) lors de situations de résolution de problèmes.

Exemple

Voici quelques activités suggérées pour le mur de mots :

Stratégies	Déroulement
Composer un problème	Formuler une question avec un nombre donné de mots de la banque. Ce nombre peut être décidé par l'enseignant ou l'enseignante ou l'élève.
Construire une question	On donne une solution. L'élève doit construire une question avec les mots de la banque.
Remplir le texte à trous	Composer un texte avec des trous. L'élève doit remplir ces espaces.
Trouver l'intrus	Trouver l'intrus dans un contexte donné (p. ex., supplémentaire, complémentaire, médiatrice, aigu).
Deviner le bon mot	Donner une définition. L'élève doit trouver le bon mot.
Trouver le lien	À partir de deux mots donnés, l'élève doit trouver le lien ou la différence entre ces mots. Variante : L'élève choisit les mots de la banque en expliquant leur lien.
Deviner le mot	Diviser le groupe-classe en 2. Le premier groupe donne des indices sur un mot qu'il a choisi. Le second groupe trouve la réponse. Exemple : Indices : 6 et 2 font ? = 12 Indice : forme, plane, rond, etc. = cercle

Création d'un mur de stratégies

Cette stratégie consiste à décrire et à illustrer explicitement les stratégies mathématiques récemment étudiées à l'aide d'un dessin, d'un tableau ou de toute autre représentation graphique appropriée.

Exemple

Élise participe à un marathon de 25 km. Elle débute sa marche à 9 h et marche à une vitesse de 4 km/h. Déterminer, lorsqu'il est 13 h 15, le nombre de kilomètres qu'il lui reste à marcher pour atteindre les 25 km du marathon. À l'aide d'un dessin, d'un tableau ou de toute autre représentation graphique appropriée, résous le problème de différentes façons.

Tenue d’un journal de mathématiques

Le journal de mathématiques est une stratégie très efficace pour permettre à l’élève de communiquer sa pensée mathématique à l’écrit. Le journal de mathématiques prend communément la forme d’un cahier ou d’un duo-tang avec des feuilles mobiles dans lequel l’élève consigne ses découvertes afin de pouvoir y référer plus tard.

Il est très important de ne pas confondre le journal de mathématiques au « cahier de notes » traditionnel dans lequel l’enseignant ou l’enseignante demandait à l’élève de recopier chaque jour les définitions et les exemples de solutions de problèmes types inscrits au tableau pendant la période magistrale du cours.

L’élève devrait plutôt avoir la chance de s’approprier et de choisir le contenu de son journal de mathématiques. L’élève peut tout de même y consigner des définitions, mais il est préférable d’encourager l’élève à formuler ses propres définitions et d’y ajouter ses propres exemples. De même, l’élève pourrait aussi ajouter des exemples de solutions de problèmes qu’il ou elle a trouvé particulièrement difficiles. Il ou elle pourrait même inclure une grande variété de solutions à un problème choisi.

De plus, l’élève pourrait choisir d’ajouter d’autres éléments à son journal de mathématiques :

- ses stratégies préférées de calcul mental;
- une liste de questions qu’il ou elle se pose;
- des stratégies de résolution de problèmes qu’il ou elle considère comme efficace;
- des faits historiques intéressants au sujet des mathématiques;
- des croquis ou des dessins lui permettant de mieux saisir un concept de mathématiques;
- ses sentiments au quotidien face à l’apprentissage des mathématiques;
- des exemples de la vie courante qui font appel aux mathématiques;
- des exemples de carrières nécessitant des habiletés en mathématiques.

Dans une classe où l'accès à des ordinateurs portatifs ou à des tablettes tactiles est facilité, on pourrait même envisager d'offrir la possibilité à l'élève de produire son journal en version électronique. Dans ce cas, l'élève pourrait même inclure des éléments multimédias dans son journal de mathématiques comme :

- des hyperliens vers des sites Web intéressants liés aux mathématiques;
- des vidéos disponibles sur le Web;
- des animations Flash permettant de mieux comprendre certains concepts;
- des clips audio ou des *balados*;
- des images et des dessins annotés;
- des feuilles de calcul dans un tableur électronique;
- des présentations PowerPoint.

Si l'accès au Web est disponible, il est même possible de pousser encore plus loin la production d'un journal de mathématiques en permettant à l'élève d'utiliser les technologies du web 2.0 pour rendre son journal de mathématiques plus « social ». En effet, en utilisant des technologies comme Google Docs, les blogues, les wikis, les forums de discussion ou les médias sociaux, l'élève pourrait décider de partager des portions de son journal de mathématiques avec les autres élèves de sa classe ou même avec des élèves de partout sur la planète afin d'obtenir une rétroaction, des commentaires ou même d'engager des discussions au sujet de son contenu.

Brandenburg (2002) présente aussi une utilisation intéressante de la communication mathématique à l'écrit. En effet, l'auteure demande à ses élèves du niveau secondaire de rédiger de dissertations sur différents sujets liés aux mathématiques, un peu comme ils ou elles le feraient dans un cours de français ou d'anglais. L'auteure admet qu'au départ les élèves vivent un certain choc parce qu'ils ou elles croient que la rédaction de dissertations doit se limiter aux cours de langues ou de sciences humaines mais qu'avec de la pratique ceux-ci développent des habiletés importantes en communication mathématique à l'écrit. Ils apprennent à faire de la recherche en mathématiques, à citer des auteurs et à utiliser la terminologie appropriée au domaine.

COMMUNICATION ÉLECTRONIQUE EN MATHÉMATIQUES

Les technologies de l'information et de la communication (TIC), le Web 2.0 et les appareils mobiles occupant une place de plus en plus considérable dans la vie personnelle, académique et sociale des élèves, on ne peut plus se permettre d'ignorer les avantages de l'utilisation de ces outils dans la salle de classe.

Prensky (2010) appelle la génération actuelle d'élèves les « natifs numériques » (*digital natives*). En effet, il s'agit de la première génération d'élèves qui ont toujours grandi dans un environnement qui comporte des ordinateurs portatifs, des téléphones cellulaires, des baladeurs audionumériques, des appareils photo numériques, les jeux vidéos et l'accès à Internet. On pourrait ainsi dire que ces élèves ont le numérique comme « langue première ».

> *« Les immigrants et immigrantes numériques chargés de l'instruction parlent une langue désuète (celle de l'ère pré-numérique) et livre un combat pour enseigner à une population qui parle une toute nouvelle langue. »*
>
> (Prensky, 2001, traduction libre)

Toujours selon Prensky, les enseignants et les enseignantes sont des « immigrants ou immigrantes numériques ». Bien que certains d'entre eux aient adopté certaines de ces technologies, ils les utilisent avec un « fort accent ». Par exemple, ils impriment les courriels ou ils font un appel pour confirmer la réception d'un courriel. Ces soi-disant immigrants ou immigrantes apprennent la langue du numérique lentement, mais sans jamais atteindre le même degré de maîtrise que les natifs numériques.

Les élèves issus de cette génération des natifs numériques pensent et traitent l'information très différemment des élèves issus de la génération précédente. Ils apprennent par le jeu, ils travaillent en parallèle et ils veulent un accès à l'information de manière instantanée. Quand ils veulent de la musique ou un livre, ils ne se rendent pas dans un magasin ou une librairie. Ils le téléchargent sur le champ sur leur appareil portable. Ces élèves ne fonctionnent donc pas bien avec l'enseignement magistral des mathématiques ni avec un manuel scolaire qui présente des procédures séquentielles. Afin d'intégrer la nouvelle façon de penser et d'agir de ces élèves, il importe de tirer profit des nouvelles habiletés qu'ils ont développées et d'adapter les stratégies d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques à leurs nouveaux comportements influencés du numérique.

Bien que traditionnellement, la communication soit divisée en deux types bien distincts, la communication orale et la communication écrite, la communication électronique vient souvent brouiller cette distinction. Les outils multimédias font souvent appel à la fois à la communication écrite et à la communication orale tout en étant enrichis d'animation, de vidéos, de sons et d'hyperliens.

Il faut tout de même être prudent lors de l'intégration des nouvelles technologies en salle de classe. Afin de les intégrer de manière efficace, il faut :

- éviter d'aller trop vite (l'enseignante ou l'enseignante devrait commencer à intégrer une technologie à la fois jusqu'à ce qu'il ou elle se sente à l'aise avec cette dernière);
- s'assurer que la technologie n'est pas tout simplement une babiole à contenu pédagogique négligeable dans le seul but d'épater les élèves;
- obtenir la permission de la direction de l'école et du conseil scolaire avant d'utiliser des outils du Web 2.0 en classe;
- sensibiliser les élèves aux dangers d'exposer de l'information privée sur Internet (p. ex., faire signer un contrat à l'élève pour s'assurer qu'il ou elle fasse une utilisation réfléchie et prudente de ces technologies);
- travailler avec des collègues (p. ex., dans le cadre des communautés d'apprentissage professionnelles) afin de trouver des moyens d'intégrer ces technologies le plus efficacement possible au cours de mathématiques;
- faire appel à des experts du domaine dans votre école, votre conseil scolaire ou même dans la blogosphère (de nombreux enseignants et enseignantes, de partout au monde, partagent leurs pratiques réussies sur leur blogue).

Il faut aussi prendre le temps de consulter la recherche afin de déterminer si l'utilisation d'une technologie est vraiment efficace pour améliorer le rendement de l'élève en mathématiques. Les calculatrices à affichage graphique se sont taillé une place non négligeable dans l'enseignement des mathématiques au **cycle intermédiaire** lors des dix dernières années. Or, dans sa méta-analyse afin de déterminer les facteurs qui contribuent vraiment à l'amélioration du rendement, Hattie (2009) a déterminé que l'utilisation de ces calculatrices a un effet positif très minime sur le rendement de l'élève qui correspond à toute autre stratégie usuelle que pourrait utiliser l'enseignant ou l'enseignante. En fait, la calculatrice à affichage graphique ne constituait ni un atout, ni un obstacle à l'amélioration du rendement.

L'utilisation de la calculatrice à affichage graphique n'est pas une stratégie d'une grande efficacité sur le plan de son impact sur le rendement de l'élève. Par contre, Hattie note que les élèves qui utilisent la calculatrice à affichage graphique peuvent résoudre un plus grand nombre de problèmes et prendre de meilleures décisions en ce qui a trait au choix de la méthode pour les résoudre. L'utilisation de la calculatrice à affichage graphique contribue aussi à améliorer l'attitude des élèves envers les mathématiques. En se basant sur les résultats de ces recherches, l'enseignant ou l'enseignante pourra donc prendre une décision plus éclairée sur les motifs de l'utilisation de la calculatrice et sur la façon de l'intégrer dans sa programmation des cours de mathématiques.

En général, Educational Testing Service (1998), indique que le perfectionnement professionnel des enseignants et enseignantes en technologie et l'utilisation des ordinateurs pour enseigner les capacités de réflexion de haut niveau sont liés positivement au rendement des élèves en mathématiques. Par contre, l'utilisation des ordinateurs pour enseigner les habiletés inférieures de la pensée est liée négativement au rendement des élèves en mathématiques. Il devient donc primordial d'évaluer la façon dont on utilise l'outil technologique pour s'assurer que l'utilisation qu'on en fait vraiment appel à des habiletés supérieures de la pensée.

De plus, selon Selinger (2001), il peut y avoir des chocs entre l'enseignement *des* TIC et l'enseignement *par les* TIC. En effet, parfois la courbe d'apprentissage du fonctionnement du logiciel ou de l'outil technologique est trop grande causant un découragement chez l'élève. Selon John et Sutherland (2004), l'utilisation des TIC dans la salle de classe peut engendrer plus de confusion chez l'élève avant qu'un apprentissage authentique puisse se produire. Il est donc essentiel de choisir des outils technologiques ou des logiciels dont le fonctionnement n'est pas trop exigeant par rapport aux avantages pédagogiques de son utilisation.

En résumé, la société dans laquelle les élèves vivent est maintenant une société d'information; les cours de mathématiques se doivent donc de la refléter.

Les sections qui suivent explorent des exemples et des stratégies d'utilisation de quatre principales TIC dans les cours de mathématiques au **cycle intermédiaire**.

CALCULATRICE À AFFICHAGE GRAPHIQUE

La calculatrice à affichage graphique permet à l'élève de rapidement passer d'un mode de représentation à un autre (p. ex., tableau de valeurs, équation, graphique). Elle permet aussi de faire une cueillette de données beaucoup plus rapide (p. ex., avec les sondes) pour permettre à l'élève de se concentrer sur l'analyse de ces données, la recherche de régularités et l'articulation des conclusions (habiletés de la pensée supérieure). La calculatrice à affichage graphique permet aussi à l'élève de visualiser instantanément l'effet de différents paramètres d'une équation sur l'apparence du graphique correspondant. Selon le Groupe d'experts pour la réussite des élèves (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b), la calculatrice à affichage graphique permet aussi, à différents niveaux, de favoriser l'apprentissage d'une démarche algorithmique (p. ex., introduction de la récurrence, approximation d'une racine ou d'une équation arithmétique).

Avec l'arrivée des émetteurs sans fil (p. ex., Wi-Fi) dans les versions les plus récentes de la calculatrice à affiche graphique, il est maintenant possible pour les élèves de partager des données et pour l'enseignante ou l'enseignant d'afficher l'écran de la calculatrice de n'importe quel élève pour animer une discussion et encourager l'ensemble de la classe à échanger sur les données obtenues par un élève ou un groupe d'élèves.

La calculatrice à affichage graphique présente toutefois certains désavantages. La faible résolution de son écran rend parfois le déchiffrement d'un graphique ardu et la consultation des données difficile étant donné qu'il faut les faire défiler (elles n'apparaissent pas en entier sur une seule page d'écran). L'interface utilisateur est souvent beaucoup moins conviviale que celle des logiciels d'analyse de données et de production de graphiques sur les ordinateurs. Ces désavantages sont grandement compensés par le faible coût des appareils à affichage graphique et leur caractère mobile. Lors des prochaines années, il faudra évaluer l'utilisation des tablettes tactiles à mesure que celles-ci deviennent plus économiques et que les applications permettant l'utilisation des sondes et l'analyse des données deviennent plus répandues.

Toujours selon le Groupe d'experts pour la réussite des élèves (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b, p. 56), « les outils liés aux technologies de l'interaction doivent être utilisés en considérant leurs fonctions particulières ». En ce qui concerne la calculatrice à affichage graphique, le Groupe d'experts conclut la chose suivante :
« Pour une utilisation optimale du calculateur analogique, il convient :

- de conscientiser les parents sur les aspects positifs, pour leur enfant, de posséder une calculatrice à capacité graphique;
- de planifier du perfectionnement professionnel quant à l'utilisation de la calculatrice à capacité graphique. »

LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Le logiciel de géométrie dynamique permet une approche dynamique et interactive de la construction de figures mettant ainsi l'accent sur l'importance d'une compréhension approfondie des propriétés géométriques. Selon le Groupe d'experts pour la réussite des élèves (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b), dans le cas particulier de la géométrie dans l'espace, ce type de logiciel est une source de visualisation et, à ce titre, contribue à l'apprentissage des mathématiques.

Comme c'est le cas avec toute technologie utilisée en salle de classe, il importe de s'assurer d'en faire une utilisation pédagogiquement valable. Il faut éviter d'utiliser le logiciel de géométrie dynamique comme un simple logiciel de dessin. Il faut plutôt encourager l'élève à utiliser les différentes contraintes du milieu géométrique (p. ex., en géométrie euclidienne : l'orthogonalité, le parallélisme) lors de la construction de figure plane. Dans cette optique, il faut encourager l'élève à « construire » les figures géométriques plutôt que de tout simplement les tracer ou les dessiner.

En plus d'appliquer des concepts de géométrie euclidienne, on peut aussi utiliser le logiciel de géométrie dynamique pour travailler avec un plan cartésien et aussi appliquer des concepts de géométrie analytique. Par exemple, l'élève peut placer des points dans le plan cartésien pour former un nuage de points et ensuite utiliser l'outil « droite » du logiciel de géométrie dynamique pour visuellement placer une droite la mieux ajustée.

Dans son étude sur l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique au secondaire, Jones (2005) conclut que les initiatives actuelles qui encouragent l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique sont appropriées. Par contre, il reconnaît qu'il est peu probable que la mise en œuvre des pratiques d'utilisation de ce type de logiciel dans la salle de classe soit aisée.

Le Ministère de l'Éducation de l'Ontario, par le biais du Comité consultatif du programme d'achat de logiciels de l'Ontario (CCPALO), a licencié le Cybergéomètre pour son utilisation dans les salles de classe en Ontario. Plusieurs autres logiciels de géométrie dynamique sont aussi disponibles gratuitement sous forme de logiciels libres sur Internet. Certains de ces logiciels offrent même des modules web permettant d'accéder aux fonctionnalités du logiciel ou à des démonstrations directement dans le fureteur, sans même à avoir à les télécharger. Par ailleurs, notons le logiciel iME, développé par George Touma, professeur à l'Université d'Ottawa, qui permet à l'élève non seulement de résoudre des problèmes de géométrie à l'aide des outils du logiciel, mais aussi d’expliciter son raisonnement sous forme de croquis, de texte ou d’audio. L’élève peut ensuite utiliser iMathEducation pour partager ses résultats et conclusions sur Internet.

Pour finir, le Groupe d’experts pour la réussite des élèves (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2004b, p. 57) fait remarquer que les logiciels de géométrie dynamique « […] permettent aussi, comme d’autres types de logiciels, de varier et d’associer facilement les points de vue (numériques, fonctionnels, graphiques, géométriques) et contribuent à la cohérence des apprentissages ».

TABLEUR ÉLECTRONIQUE

Le tableur électronique[4] est un outil très efficace pour permettre à l'élève de compiler et d'analyser un grand nombre de données. Avec ses capacités de calcul automatique, l'élève peut facilement procéder à des changements sur certaines données pour en déterminer l'effet sur l'ensemble d'un problème. Cet outil permet à l'élève de répondre aux questions qu'il ou elle se pose (p. ex., « Qu'est-ce qui se passerait si … ? »). Ce type de questionnement permet à l'élève de faire de véritables enquêtes mathématiques, tout comme il ou elle le ferait dans le cadre d'une enquête scientifique, mettant ainsi à contribution ses habiletés supérieures de la pensée. L'élève développe aussi sa pensée algébrique en créant les formules qui se retrouveront dans les cellules du tableur électronique.

Selon Lewis (2006), l'utilisation d'un tableur électronique permet aussi à l'élève d'organiser l'information et les données. La possibilité d'organiser les données dans plusieurs cellules et dans plusieurs feuilles de calcul, et de choisir des couleurs, des encadrés et des polices différentes, fournit une occasion unique à l'élève de communiquer les résultats de son analyse et de présenter ses conclusions. « Organiser des données dans une feuille de calcul dans un tableur électronique aide l'élève à développer ses habiletés de la pensée telles que le tri, la catégorisation, la généralisation, la comparaison et la sélection des idées clés. » (Lewis, 2006, p. 4, traduction libre)

Dans les versions modernes du tableur électronique, l'élève peut même ajouter des photos, des illustrations, des vidéos, des hyperliens et d'autres éléments multimédias pour rehausser la présentation de résultats. Les graphiques produits dans un tableur électronique ont une résolution beaucoup plus grande que ceux produits par une calculatrice à affichage graphique, permettant ainsi une analyse plus précise des résultats.

Le Groupe d'experts pour la réussite des élèves (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b) souligne que cet outil peut s'avérer très utile à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques au cycle intermédiaire. « En effet, le tableur électronique, par ses possibilités de calcul automatique et d'implémentation simple des formules de récurrence, constitue un outil particulièrement adapté à la mise en œuvre des notions abordées dès la 7e année. Le tableur électronique propose des fonctionnalités de traitement numérique et graphique en « temps réel » qui aident :

- à représenter graphiquement, et de différentes façons, des séries de données;
- et à effectuer rapidement des calculs sur une ou plusieurs séries de données;
- à simuler et à aider à prévoir des résultats;

[4] L'expression *chiffrier électronique* est à éviter.

- à acquérir le calcul algébrique;
- à aborder certains thèmes mathématiques tels que la notion de variable, de suite ou de fonction, ou les statistiques. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b, p. 57)

Toutefois, un désavantage important du tableur électronique tient au fait qu'il ne peut être utilisé que sur un outil technologique ayant un microprocesseur puissant, comme l'ordinateur traditionnel. Il est donc nécessaire d'avoir un accès à des ordinateurs en salle de classe ou d'amener les élèves au laboratoire d'informatique. Maintenant que le tableur électronique peut être utilisé sur de petits ordinateurs portatifs comme les tablettes tactiles, les appareils mobiles et les téléphones cellulaires intelligents, on peut s'attendre à ce que l'utilisation des tableurs électroniques soit plus répandue à l'avenir dans les salles de classe.

MICROBLOGUE

Le microblogue ressemble beaucoup au blogue, mais il se limite à de courtes phrases. Twitter est un des chefs de file dans les applications Web de microblogue. Sur Twitter, les utilisateurs et utilisatrices peuvent diffuser de courts messages ayant au maximum 140 caractères.

Junco, Heiberger et Loken (2011) ont déterminé de manière expérimentale que l’utilisation d’une plateforme de microblogue en salle de classe permet d’engager les élèves et de les mobiliser à assumer un rôle plus actif et participatif.

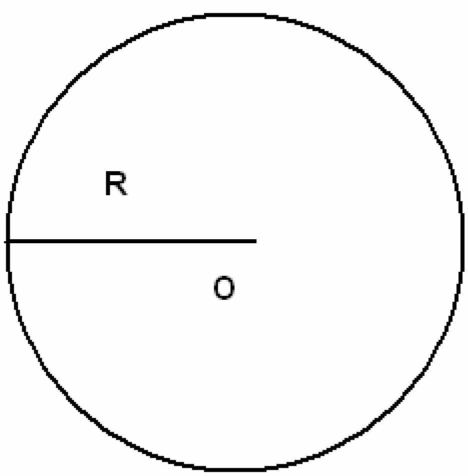
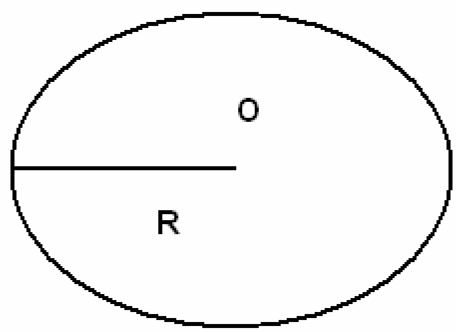
Le microblogage permettrait à des élèves d’une classe de mathématiques, par exemple, de publier des messages courts pour donner une explication, un avis ou encore partager un contenu ou une information en temps réel à tous leurs pairs faisant partie d’un réseau de devoirs. L'ensemble de tous ces messages constitueraient un flux visible de tous les élèves d’une classe qui peuvent en faire la publication auprès de leurs amis ou d'une communauté donnée d'utilisateurs. Le fait de garder la longueur des messages du microblogage à quelques caractères permet de partager rapidement et sans effort apparent une information ou une opinion. L’utilisation de cet outil peut être encouragée pour faciliter la collaboration, le travail d’équipe et le partage des élèves d’une classe donnée.

TERMINOLOGIE

Pour comprendre les mathématiques il faut au préalable apprendre le sens de la terminologie mathématique. Définir un mot c'est lui donner un sens qui permet sa reconnaissance et aussi son utilisation sans aucune ambiguïté. Autrement dit, la compréhension du langage mathématique suppose que l'on ait une définition commune de la terminologie. Le langage mathématique s'appuie sur un ensemble de mots ou terminologie pour exprimer les concepts mathématiques les plus complexes sous une forme condensée. La terminologie mathématique doit éviter toute ambiguïté. Ainsi chaque mot ou symbole aura un sens mathématique bien précis.

> **Terminologie :** Ensemble des termes, rigoureusement définis, qui sont spécifiques d'une science, d'une technique, d'un domaine particulier de l'activité humaine.
>
> (www.larousse.com/fr/dictionnaires/francais/terminologie)

Par exemple, le mot cercle désigne une figure géométrique dont tous les points sont situés à une même distance d'un même point appelé centre du cercle. Il peut être représenté par un dessin.

Représentation d'un cercle	Fausse représentation d'un cercle
	

Très souvent les élèves confondent le langage parlé et le langage mathématique. Par exemple, le mot boule est utilisé pour dire sphère, inverse pour dire réciproque, surface pour dire aire. La qualité première du langage mathématique est la simplicité. Les deux exemples ci-dessous en sont une illustration :

- L'expression 3 est supérieur à 2 s'écrit : $\boldsymbol{3 > 2}$
- L'ensemble de nombres inférieurs à 5 s'écrit : $\boldsymbol{x < 5}$ où x représente chacun de ces nombres.

TERMES MATHÉMATIQUES

Voici une liste de quelques-uns des termes mathématiques propres au programme-cadre de mathématiques du **cycle intermédiaire** :

1. Numération et sens du nombre
   - Nombre : entier naturel, entier positif et négatif, nombre décimal, fraction, nombre fractionnaire, fraction décimale, fraction impropre, nombre rationnel/irrationnel, nombre périodique, rapport, proportion.
   - Opérations, addition, soustraction, multiplication, division, somme, différence, produit, quotient, distributivité, commutativité.

2. Mesure
   - Longueur : périmètre, contour, circonférence, unités de mesure de longueur (p. ex., m, km).
   - Aire : aire des figures planes, aires latérales d'un solide, disque, unités de mesure d'aire (p. ex., m^2, km^2).
   - Volume : volume des solides, unités de mesure de volume (p. ex., cm^3, m^3).
   - Capacité : unité de mesure (p. ex., cl, l).

3. Géométrie et sens de l'espace
   - Ligne : droite, segment de droite, demi-droite, médiane/médiatrice d'un segment de droite, droites parallèles, droites sécantes, droites perpendiculaires, axe de symétrie.
   - Angles : aigu, obtus, droit, plat, entrant, sortant, angles complémentaires, angles supplémentaires, angles opposés par un sommet, angles alternes internes/externes, angles correspondants, bissectrice.
   - Figures planes
     i. Triangles : scalène, isocèle, équilatéral, rectangle, acutangle, obtusangle; médiane d'un triangle, hauteur, bissectrice.
     ii. Quadrilatères : parallélogramme, losange, carré, trapèze.
     iii. Polygones : pentagone, hexagone.
   - Solides
     i. Prismes droits : cube, prisme à base carré, prisme à base (triangulaire, carrée, rectangulaire, polygonale ou quelconque).
     ii. Pyramide
     iii. Cylindre, cône, sphère.

- Dallage
- Transformation : translation, réflexion, rotation, homothétie.

4. Modélisation et algèbre
   - Modélisation : variables, suites numériques/non numériques, relation, équation, taux de variation, nuage de points, droite la mieux ajustée, interpolation/extrapolation, table de valeurs, graphique.
   - Algèbre : expression algébrique, équation, monôme, binôme, trinôme, polynôme, variable, inconnue, évaluer, substituer.

5. Traitement de données et probabilité
   - Probabilité : échantillon, événement, probabilité, événement certain/impossible, moyenne, médiane, mode, fréquence, diagramme en arbre.
   - Diagramme : pictogramme, diagramme à bandes, diagramme circulaire, histogrammes, diagramme à ligne brisée.
   - Statistique : population, moyenne, médiane, mode, fréquence, étendue.

6. Géométrie analytique
   - Abscisse, ordonnée, points, ordonnée à l'origine, abscisse à l'origine, pente.

L'INTERDISCIPLINARITÉ ET LA TERMINOLOGIE MATHÉMATIQUE

Le langage mathématique ne doit pas être un langage qui semble inaccessible aux élèves. L'utilisation de termes mathématiques se retrouve également dans d'autres matières. Il importe à l'enseignant ou l'enseignante de faire les liens interdisciplinaires pour aider les élèves à voir au-delà du cours de mathématiques.

Voici des exemples de termes mathématiques qui sont utilisés dans d'autres disciplines :

1. Physique : axe, arc, vecteur, vitesse, fréquence, transformation.
2. Chimie : décomposition, équilibre, équation, élément, expérience, facteur, indicateur, symbole, substitution, transformation, vitesse
3. Astronomie : axe, centre, cercle, couronne, coordonnés, distance, espace, hémisphère, méridien, orbite, plan, rotation, unité, vitesse
4. Logique : algorithme, analyse, axiome, calcul, conclusion, condition, démonstration, différence, discontinuité, distributivité, division, équivalence, hypothèse, implication, négation, postulat, relation
5. Géographie : aire, axe, base, calotte, centre, cercle, champ, courbe, densité, différence, hémisphère, latitude, longitude, méridien, parallèle, sphère

Il importe que l'enseignant ou l'enseignante s'assure que les élèves connaissent le sens exact des termes mathématiques et les utilisent de manière appropriée dans les travaux de mathématiques ou des autres matières.

Rôle de l’enseignant ou de l’enseignante dans l’apprentissage des mathématiques

Le rôle de l’enseignant ou l’enseignante s’articule autour de trois axes : créer un milieu d’apprentissage convivial, proposer des activités pertinentes et faire de l’aménagement linguistique en français une priorité.

Créer un milieu d’apprentissage convivial

L’attitude des élèves face aux mathématiques influe sur leur façon d’aborder la résolution de problèmes et détermine leur degré de réussite en mathématiques. L’enseignant ou l’enseignante peut développer chez l’élève un plus grand niveau de confiance en mathématiques en élaborant une gamme de stratégies d’enseignement et d’évaluation fondées sur une pédagogie éprouvée. Il lui faut concevoir des stratégies qui tiennent compte des différents styles d’apprentissage et les adapter pour répondre aux divers besoins de ses élèves. Les stratégies utilisées devraient aussi viser à insuffler à chaque élève le désir d’apprendre et l’inciter à donner son plein rendement. Enfin, l’enseignante ou l’enseignant exerce une influence déterminante en favorisant chez les élèves l’adoption d’une attitude positive à l’égard des mathématiques, ce qui contribue à les démystifier et à réduire la phobie qu’elles inspirent chez certains élèves.

À cet égard, le Groupe d’experts pour la réussite des élèves fait état dans son rapport intitulé *La numératie en tête* (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2004b, p. 39) de cinq mythes qui, d’après Arthur Costa, renforcent l’idée que les mathématiques sont la matière la plus difficile du curriculum et dont il faut se défaire. Deux de ces mythes résument bien le changement à effectuer en mathématiques pour favoriser l’établissement d’un climat propice en salle de classe :

- Il n’y a qu’une seule façon de résoudre un problème mathématique; suivre une procédure et appliquer des formules prescrites pour arriver à la bonne réponse.
- L’enseignante ou l’enseignant et le manuel sont infaillibles; on ne les remet jamais en question.

Selon Costa, l’utilisation de stratégies variées de résolution de problèmes stimule la curiosité intellectuelle des élèves en les encourageant à poser des questions, à comparer leur pensée à celle des autres, à explorer différentes façons de résoudre le problème et à persister dans leur démarche. De plus, il faut mettre l’accent sur les processus mathématiques et les liens entre les concepts et les structures mathématiques. De cette façon, l’enseignant ou l’enseignante accroît la portée de ses stratégies d’intervention visant à permettre aux élèves de développer une meilleure compréhension des mathématiques.

Proposer des activités pertinentes

De par leur conception, les cours de 9e année constituent le prolongement du programme de mathématiques de 7e et 8e année pour permettre une transition sans heurt de l'élémentaire au secondaire. La philosophie est la même : donner à l'élève la possibilité de découvrir les mathématiques par le biais d'expériences concrètes avant de l'initier aux concepts plus abstraits. Aussi incombe-t-il à l'enseignant ou l'enseignante de concevoir des activités qui se fondent sur un apprentissage actif et de faire constamment des liens entre la théorie et la pratique. En misant sur le connu et le concret, il ou elle amènera les élèves à découvrir et à intégrer les concepts à l'étude par la vérification d'hypothèses, la manipulation de matériel ou l'utilisation d'outils technologiques, la discussion et la réflexion sur le travail effectué. En situant l'activité dans un contexte connu, les élèves peuvent en voir clairement la pertinence et l'application dans le monde qui les entoure.

Faire de l'aménagement linguistique en français une priorité

La qualité de la langue utilisée est garante de la qualité des apprentissages. Il importe donc qu'en salle de classe on accorde la plus grande importance à la qualité de la communication orale et écrite, quelle que soit l'activité d'apprentissage. Il ne s'agit pas toutefois de tout corriger, mais plutôt d'encadrer l'élève dans le processus de production orale et écrite pour l'amener progressivement à communiquer clairement ses idées. Il faut offrir à l'élève un milieu linguistique cohérent, où tout contribue à enrichir ses compétences en français. Il est donc essentiel que l'élève dispose de diverses ressources d'apprentissage en français.

En 2001, le National Council of Teachers of Mathematics (2003, p. 23) a identifié les trois sphères de connaissances qui sont essentielles aux enseignants et enseignantes de mathématiques :

- La connaissance des mathématiques
- La connaissance des élèves
- La connaissance des pratiques d'enseignement et d'évaluation

En gardant à l'esprit les recherches sur le cerveau, en particulier celles qui traitent de l'enseignement des mathématiques aux adolescents et adolescentes, et du profil psychologique de ces derniers, il est évident que pour contribuer à un meilleur rendement des élèves en classe, l'enseignant ou l'enseignante devrait s'inspirer de plus en plus de la recherche effectuée aussi bien dans le domaine de l'enseignement des mathématiques que dans le domaine de la neuroscience.

« Le personnel enseignant contribue, après tout, au changement ultime du cerveau. C’est une profession qui modifie le cerveau humain chaque jour. »

*(*Sousa, 2010a, p. 23, traduction libre)

On peut donc conclure que l’enseignement des mathématiques aux adolescents et adolescentes du 21^{e} siècle est appelé à considérer de nouvelles dimensions. C’est tout un changement de paradigme. Les enseignants et enseignantes sont invités à être les architectes d’une nouvelle construction dont le fondement repose sur l’intégration des neurosciences de l’éducation dans le contexte de l’enseignement des mathématiques.

GLOSSAIRE

Terminologie se rapportant à la pédagogie des mathématiques

abstraction. Démarche de l'esprit qui consiste, au cours d'un raisonnement, à éliminer les aspects pertinents de la réflexion pour ne considérer que ceux qui sont essentiels. Par exemple, lorsqu'on compte, l'abstraction permet de comprendre qu'une quantité peut être représentée par différentes choses : on peut se représenter le chiffre 5 par cinq objets semblables ou différents, par cinq choses invisibles (cinq idées) ou encore par cinq points sur une ligne.

accommodation. Fait de plier l'organisme aux contraintes successives du milieu. Piaget explique l'accommodation comme la façon dont on élabore des cadres plus généraux afin d'accommoder de nouvelles idées. La dissonance cognitive ou le conflit, chez l'apprenant ou l'apprenante, joue en principe un rôle essentiel dans le processus (voir *zone de développement*).

adaptation. Modification d'une tâche d'apprentissage pour répondre aux besoins particuliers des apprenants.

algèbre. Domaine des mathématiques qui étudie les relations et le changement et qui les représente à l'aide de modèles et de symboles.

aménagement physique. Organisation globale de l'espace de la salle de classe, destinée à répondre aux besoins des élèves.

apprenant/apprenante tactile. Élève qui apprend mieux grâce au toucher et utilise ses mains et son corps pour s'exprimer.

apprentissage actif. Apprentissage par lequel l'élève explore et organise les renseignements. Dans l'apprentissage actif, les jeunes élèves emploient souvent du matériel concret pour donner un sens aux idées mathématiques abstraites. Cependant, l'expression *apprentissage actif* réfère d'abord à l'engagement cognitif de l'élève dans ses activités d'apprentissage.

apprentissage autonome en mathématiques. Situation d’apprentissage où l’élève travaille indépendamment des autres afin de se concentrer sur sa propre compréhension, de la renforcer et d’apprendre à la communiquer de manière autonome. L’élève sait qu’il ou elle peut demander de l’aide le cas échéant.

apprentissage guidé en mathématiques. Situation où l’enseignant ou l’enseignante guide les élèves dans leur apprentissage ou modèle l’utilisation ou l’application d’un concept, d’une habileté ou d’une stratégie. La situation d’apprentissage est planifiée, mais elle reste suffisamment souple pour s’adapter aux idées et aux stratégies proposées par les élèves.

apprentissage partagé en mathématiques. Situation d’apprentissage en équipe, dans laquelle les élèves interagissent, partagent leurs compréhensions, échangent leurs stratégies, etc. Ils se rendent compte qu’il est important d’apprendre à travailler en équipe et de partager et qu’il est possible d’apprendre les uns des autres et non seulement des enseignants et enseignantes. Cependant, pour un travail d’apprentissage partagé fructueux, les élèves doivent connaître les règles régissant le travail d’équipe.

approche conceptuelle. Stratégie qui exige de l’élève de comprendre ce qu’il ou elle fait et de ne pas se limiter à apprendre par cœur.

attentes (du curriculum en mathématiques). Connaissances et habiletés que les élèves devraient acquérir et démontrer selon le programme-cadre de mathématiques du curriculum de l’Ontario, qui énonce des attentes et des contenus d’apprentissage pour chaque année d’études, de la 1re à la 8e année, dans chacun des domaines en mathématiques.

attitude. Disposition de l’élève à l’égard des mathématiques. L’attitude de l’élève à l’égard des mathématiques évolue favorablement lorsqu’il ou elle peut donner un sens à son apprentissage et apprécie les défis que lui posent les tâches enrichies en mathématiques.

autoévaluation. Processus par lequel l’élève réfléchit sur son propre apprentissage en fonction de critères prédéfinis afin de déterminer ses forces et ses lacunes et de se fixer des objectifs appropriés.

catégories. Groupes d’objets possédant un certain nombre d’attributs communs, et différant à cet égard de tous les autres groupes. Classe dans laquelle on range des objets de même nature.

centre d'apprentissage. Lieu aménagé et pourvu du matériel pédagogique requis pour favoriser l'apprentissage de l'élève par des tâches plus ou moins complexes.

commentaire anecdotique. Remarques succinctes qu'écrit l'enseignant ou l'enseignante à la suite de ses observations sur la démonstration des connaissances et des habiletés d'un ou d'une élève.

communauté d'apprenants. Regroupement d'élèves et d'enseignants et enseignantes qui apprécient le fait d'apprendre ensemble et les uns des autres.

communication orale en mathématiques. Expression de concepts mathématiques par la parole. La communication orale englobe l'énonciation de concepts par la parole et la réception de renseignements par l'écoute. Les jeunes élèves ont souvent du mal à exprimer leur compréhension des concepts mathématiques. S'exprimer en utilisant des termes clairs et justes requiert du temps et de la pratique et exige des enseignants et des enseignantes qu'ils orientent les élèves et qu'ils modèlent la technique de la réflexion à haute voix (voir *penser à haute voix*).

compétence. Savoir-agir résultant de la mobilisation et de l'utilisation efficaces de ressources internes ou externes dans des situations authentiques d'apprentissage.

compréhension au niveau abstrait. Degré de compréhension des mathématiques à un niveau symbolique.

compréhension au niveau concret. Degré de compréhension des mathématiques par la manipulation de matériel concret.

compréhension au niveau visuel. Degré de compréhension des mathématiques à l'aide d'images ou de diagrammes (voir *niveau concret/ niveau abstrait de compréhension*).

compréhension des concepts. Capacité d'utiliser ses connaissances d'une façon souple et d'établir des liens entre les idées mathématiques. Ces liens logiques sont construits intérieurement par l'apprenant ou l'apprenante et peuvent être appliqués, selon les besoins et avec discernement, dans différents contextes (voir *connaissances procédurales*).

compréhension intuitive des mathématiques. Capacité de saisir des idées mathématiques avant leur enseignement. Les enfants arrivent à l'école avec de nombreuses idées sur les mathématiques, qu'ils ont eux-mêmes intuitivement conçues. Ces conceptions sont parfois correctes; parfois, elles ne le sont pas. Les enfants bâtissent de nouvelles connaissances mathématiques en se fondant sur leurs connaissances antérieures.
concepts mathématiques. Principes fondamentaux en mathématiques (voir *grandes idées*).

conjecture. Opinion fondée sur une proposition ou une hypothèse présumée vraie, mais qui n'a pas encore été démontrée.

connaissance pédagogique des mathématiques. Compréhension de la façon dont les élèves apprennent les mathématiques et de leurs fondements permettant d'élaborer des stratégies efficaces pour les enseigner.

connaissances antérieures. Connaissances intuitives ou acquises que l'élève a assimilées mentalement et qu'il ou elle peut évoquer pour accomplir une tâche.

connaissances préalables. Connaissances que doit avoir un ou une élève pour réussir une tâche.

connaissances procédurales. Connaissances requises pour choisir la méthode appropriée (procédure) et pour l'appliquer de façon correcte (p. ex., connaissance des procédures systématiques utilisées pour résoudre une tâche mathématique comme une addition avec regroupement). Les études indiquent que les habiletés opératoires de l'élève s'apprennent mieux lorsqu'elles se fondent sur la compréhension plutôt que sur l'apprentissage par cœur (voir *compréhension des concepts*).

consolidation. Fait d'acquérir une compréhension solide d'un concept ou d'une habileté. La consolidation se réalise plus facilement quand l'élève peut faire le lien entre les idées mathématiques et la réalité. On peut consolider la compréhension des concepts et les habiletés par la pratique et par un accompagnement judicieux.

construction d'arbres conceptuels. Construction d'un mode de représentation de connaissances. Les élèves suggèrent des mots clés liés à un concept mathématique. Afin de montrer la façon dont les idées sont liées les unes aux autres, on les organise, en faisant des liens, sous forme d'arbre appelé *arbre conceptuel* ou *carte conceptuelle*.

contexte. Ensemble des circonstances dans lesquelles se situe un événement. Milieu ou situation dans lesquels on place un problème mathématique. Les situations de la vie réelle aident souvent les élèves à donner un sens aux mathématiques.

coopération. Action de participer à une œuvre commune.

définition du problème. Énoncé d'un ensemble de données mathématiques dans le but de résoudre des questions portant soit sur la détermination d'une solution inconnue, soit sur le choix d'une méthode à suivre et la réalisation des tâches à accomplir.

démarche. Manière particulière de percevoir, de penser, de raisonner, d'agir, d'intervenir, de procéder, de progresser, de se développer.

démarche (ou activité) d'apprentissage. Processus qui se définit en trois temps :

- mise en train : elle permet à l'élève de donner un sens à ce qui lui est demandé et de faire appel à ses connaissances antérieures.
- exploration : elle permet à l'élève de traiter les informations en recourant à ses connaissances antérieures et de les faire interagir avec les nouvelles informations pour réaliser la tâche.
- objectivation/échange mathématique : elle permet à l'élève de partager avec le groupe classe sa compréhension, sa démarche, ses stratégies et de faire un retour sur son apprentissage.

devoirs. Tâches assignées à l'élève en dehors du temps de classe afin de lui permettre de pratiquer ou d'approfondir le travail fait en classe. Des devoirs efficaces permettent à l'élève de s'engager dans des activités de consolidation intéressantes auxquelles il ou elle peut donner un sens, et fournissent aux parents l'occasion de suivre le progrès de leur enfant

diagramme. Terme général utilisé pour désigner une représentation schématique d'un ensemble de données.

diagramme de Venn. Représentation schématique d'ensembles par des lignes simples fermées de façon à mettre en évidence l'intersection et la réunion.

différenciation (ou pédagogie différenciée). Adaptation de son organisation, de sa planification, de sa gestion, de son enseignement et de ses approches pour répondre aux différents besoins des élèves afin de maximiser leurs chances de réussite.

discipline. Ensemble de règles de conduite, établies en vue de maintenir l'ordre et le déroulement normal des activités dans une classe.

domaine d'étude. Principaux champs de connaissances et d'habiletés du curriculum de l'Ontario. En mathématiques, les domaines d'étude sont :

- Numération et sens du nombre;
- Mesure;
- Géométrie et sens de l'espace;
- Modélisation et algèbre;
- Traitement des données et probabilité.

drill. Technique qui consiste à améliorer la vitesse d'exécution, mais non la compréhension.

échafaudage. Construction progressive d'une théorie, d'un système, d'une solution, etc. L'enseignant ou l'enseignante accompagne l'élève dans son apprentissage en lui fournissant juste assez d'indices pour l'aider à poursuivre sa démarche.

échange mathématique. Activité d'objectivation structurée au cours de laquelle les élèves partagent leurs stratégies de résolution de problèmes, justifient leur solution à l'aide d'arguments mathématiques et questionnent dans le but de comprendre et de valider les propos des autres.

enquête ou questionnaire sur l'attitude ou sur le comportement. Sondage qui permet à l'enseignant ou à l'enseignante de mieux connaître et comprendre les sentiments des élèves envers les mathématiques, les activités d'apprentissage et l'ambiance de la classe. Les élèves plus jeunes préfèrent répondre oralement aux questions de l'enseignant ou de l'enseignante ou cocher des icônes.

enseignement explicite. Enseignement qui vise à :

- s'assurer de la meilleure qualité de compréhension possible des apprentissages en rendant accessibles, généralement par le biais du langage et de démonstrations, tout raisonnement, toute démarche ou toute procédure susceptibles d'aider les élèves dans la réalisation des tâches demandées;
- augmenter le niveau d'attention et de concentration des élèves en vue de favoriser une meilleure compréhension.

entretien. Échange qui permet à l'élève d'utiliser le langage mathématique et à l'enseignant ou à l'enseignante de tester la compréhension de l'élève

équipe. Groupe de personnes qui travaillent à une tâche commune.

étayage. Appui ou soutien d'une idée, d'une hypothèse, etc. Ce terme est souvent employé comme synonyme d'*échafaudage*

évaluation. Processus qui consiste à recueillir des renseignements sur les connaissances et les habiletés des élèves et à leur donner une rétroaction descriptive pour les aider à progresser dans leurs apprentissages. On peut obtenir ces renseignements de diverses façons, notamment en observant les élèves et en recueillant certains travaux. L'évaluation consiste aussi à juger et à interpréter les renseignements recueillis et à attribuer une note ou une cote basée sur une norme préétablie.

évaluation diagnostique. Processus qui a pour but d'identifier le niveau de compétence ainsi que les obstacles pédagogiques d'un sujet avant qu'il ou elle n'entreprenne l'étude d'une nouvelle matière ou le développement de nouvelles habiletés. Cette évaluation permet d'identifier les difficultés individuelles, d'en déceler les causes et d'en déterminer les mesures correctives.

évaluation formative. Processus qui a pour but d'informer l'élève sur son cheminement ainsi que de suivre ses progrès. L'évaluation formative permet à l'élève et à l'enseignant ou à l'enseignante, le cas échéant, d'adapter une action pédagogique permettant la progression des apprentissages. Les niveaux de rendement des grilles d'évaluation peuvent devenir le point de référence de l'évaluation formative en permettant aux enseignants et enseignantes d'expliquer clairement et concrètement à l'élève comment améliorer son rendement. Contrairement à l'évaluation sommative, l'évaluation formative ne revêt aucun caractère officiel et ne sert aucunement à une prise de décision relative au classement de l'élève.

évaluation globale (ou approche globale en évaluation). Processus par lequel la tâche est évaluée à l'aide d'un instrument d'évaluation à partir duquel divers éléments habituellement isolés sont regroupés pour permettre l'attribution d'une note ou d'une cote décrivant le mérite du travail dans son ensemble.

évaluation sommative. Processus qui consiste à déterminer le degré d'acquisition de nouveaux concepts ou de nouvelles habiletés. L'évaluation sommative revêt un caractère officiel. Les résultats consignés servent au bulletin et déterminent le passage de l'élève d'une année d'études à une autre.

expériences mathématiques enrichies. Activités qui offrent à l'élève la possibilité d'utiliser ses connaissances en mathématiques de manière ciblée, intégrée et novatrice.

grandes idées (ou concepts mathématiques importants). Façon d'organiser des attentes et des contenus d'apprentissage en blocs de sens plus large. Ces regroupements de concepts mathématiques importants permettent aux élèves d'établir plus facilement des liens entre les concepts (p. ex., dans le domaine Géométrie et sens de l'espace, les trois grandes idées, de la maternelle à la 6e année, sont : les propriétés des formes géométriques, les interrelations, et la position et le déplacement).

grille d'évaluation. Échelle descriptive d'appréciation qui sert de point de départ et de cadre aux pratiques permettant d'évaluer le rendement des élèves. Elle est propre à chaque discipline et porte sur quatre compétences dont le nom varie légèrement d'une discipline à l'autre en fonction de la nature propre à chacune. La grille d'évaluation décrit les niveaux de rendement par rapport à ces quatre compétences. La description des niveaux de rendement sert de guide pour recueillir des données et permet aux enseignants et enseignantes de juger de la qualité du travail réalisé et de fournir aux élèves et à leurs parents une rétroaction claire et précise.

grille d'évaluation du rendement en mathématiques. La grille d'évaluation du rendement en mathématiques évalue le rendement de l'élève en fonction de quatre compétences :

- Connaissance et compréhension;
- Habiletés de la pensée;
- Communication;
- Mise en application.

habileté. Objet d'apprentissage qui réfère à l'utilisation efficace de processus cognitif, affectif, moral, moteur, etc. relativement stables dans la réalisation efficace d'une tâche ou d'un agir.

habiletés mathématiques. Habiletés requises pour faire des mathématiques, parmi lesquelles on retrouve entre autres, la capacité de faire des calculs papier-crayon, d'utiliser un rapporteur pour mesurer les angles, de construire des diagrammes à barres, à pictogrammes, en arbre, etc.

indices. Pistes qui jouent un rôle essentiel en orientant la réflexion de l'élève. Ces pistes doivent encourager une réflexion et un raisonnement profonds. La personne qui donne l'indice doit veiller à bien doser les renseignements.
intelligences multiples. Méthode de classification des différentes compétences intellectuelles, élaborée par Howard Gardner (1993).

interrogations. Suite organisée de questions généralement posées à chaque élève. Les interrogations étudient les processus mentaux des élèves.

intervention. Aide donnée à l'élève à risque ou qui a des besoins particuliers pouvant entraver son développement. Les mesures d'intervention peuvent être correctives ou préventives.

intervention précoce. Intervention, en général, de nature préventive.

itinéraire pédagogique. Étape, dans la démarche de planification, où l'enseignant ou l'enseignante identifie les situations pédagogiques qui lui permettront de traiter l'objet d'apprentissage dans une démarche d'enseignement-apprentissage organisée, tout en respectant le profil de l'élève.

journal de mathématiques. Document rédigé régulièrement par l'élève, regroupant les activités, impressions, découvertes ou remarques pertinentes. La rédaction d'un journal aide l'élève à réfléchir sur ses activités d'apprentissage, lui permet d'expliquer ses solutions à des problèmes, de répondre à des questions ouvertes ou à des enquêtes et d'exprimer ses idées et ses sentiments envers les mathématiques.

liens avec le foyer. Établissement de liens entre les mathématiques apprises à l'école et les mathématiques de la vie quotidienne. On encourage les parents à établir un partenariat avec leur enfant en l'aidant à comprendre et à apprécier les mathématiques (voir *mathématiques en famille*).

littérature pour enfants (ou littérature de jeunesse). Livre utilisé dans le cours de mathématiques pour établir des liens authentiques avec des idées mathématiques. L'utilisation d'une histoire rend souvent les mathématiques plus intéressantes pour l'élève, tout comme le fait d'établir des liens entre la réalité et le symbolisme.

livre d'images mathématiques. Album dans lequel les élèves peuvent écrire leurs propres idées et dans lequel ils peuvent dessiner afin d'expliquer les concepts mathématiques.

maîtrise des procédures. Habileté de l'élève à faire des choix compréhensibles et sensés lorsqu'il ou elle sélectionne les opérations à utiliser pour résoudre un problème. La maîtrise des procédures des éléments fondamentaux et du calcul permet à l'élève de se concentrer sur des aspects plus complexes des mathématiques.

mathématiques. Ensemble des disciplines ayant pour objet l'étude des grandeurs, de leur comparaison, de leur mesure.

mathématiques en famille. Programme créé en vue d'amener parents et enfants à se réunir pour apprendre les mathématiques dans un environnement agréable et stimulant. Les mathématiques en famille visent principalement à aider les parents à comprendre le nouveau contenu des cours de mathématiques actuels et à s'informer au sujet de la pédagogie utilisée afin de pouvoir aider leur enfant dans son développement en mathématiques.

mathématiser. Habileté à traduire sa compréhension d'un concept, d'une situation, d'un phénomène ou d'un système par un modèle mathématique, soit un modèle arithmétique, algébrique ou graphique. Mathématiser, c'est symboliser, représenter, formuler, illustrer.

méprise. Erreur qui consiste à se tromper en prenant une chose pour une autre, une idée pour une autre, un concept pour un autre.

métacognition. Habileté à identifier et à surveiller sa propre stratégie de la pensée pour résoudre des problèmes. Processus de réflexion sur sa pensée. En mathématiques, les stratégies cognitives incluent, entre autres, le fait de comprendre pourquoi il serait plus approprié d'utiliser une stratégie plutôt qu'une autre, de prendre la décision réfléchie de changer de stratégie, de réfléchir de nouveau sur le problème.

méthodes d’évaluation. Techniques qui permettent de porter un jugement critique sur des résultats. Ces techniques doivent être variées pour permettre de porter un jugement aussi complet que possible et pour que l’élève démontre ce qu’il ou elle sait ou peut faire d’une manière adaptée à ses compétences.

milieu d’apprentissage mathématique enrichi. Milieu qui soutient les besoins de l’élève, qui valorise ses connaissances antérieures, qui l’aide à établir des liens entre les mathématiques du monde réel et celles enseignées à l’école et qui construit des attitudes positives à l’égard de cette discipline. Ce milieu enrichi n’est pas le fruit du hasard. Il nécessite une planification perspicace de la part de l’enseignant ou de l’enseignante qui comprend ce que l’élève sait, ce qu’il ou elle doit apprendre, la meilleure façon de le faire, les résultats nécessaires pour démontrer ses connaissances et déterminer la prochaine étape.

modelage (modeler). Technique d’enseignement qui combine la démonstration d’une tâche à accomplir et l’explication des différentes actions physiques ou mentales qui permettent de l’accomplir. L’élève dégage des règles générales (étapes, stratégies, etc.) de la démonstration et des explications de l’enseignant ou de l’enseignante; ces règles l’aideront à exécuter la tâche à son tour. Quand le modelage inclut la technique de penser à haute voix, l’élève se conscientise sur le processus exigé pour accomplir une tâche ou mettre en pratique une stratégie.

modèle. Représentation d’un processus ou d’une idée à copier, à imiter ou à suivre dans l’apprentissage. En mathématiques, on peut représenter une idée en utilisant un objet concret, un diagramme, une image ou un symbole.

modèle de Polya pour la résolution de problèmes. Modèle élaboré par George Polya, qui décrit quatre étapes pour résoudre un problème : comprendre le problème, concevoir un plan, mettre le plan à exécution et examiner la solution obtenue. Ces étapes doivent être utilisées comme guides plutôt que comme des directives formelles afin d’aider les élèves à résoudre des problèmes.

modèle de résolution de problèmes axé sur la recherche. Modèle axé sur la recherche qui, pour aider l’élève à résoudre des problèmes de mathématiques, utilise un certain nombre de jalons : examiner, interroger, prédire les solutions, organiser et rassembler, décider, communiquer et évaluer. On doit utiliser les jalons comme guides plutôt que comme instructions formelles.

modèle mathématique. Représentation mathématique de la réalité ayant pour but d'expliquer les phénomènes et leurs relations. Un modèle mathématique peut se présenter sous la forme d'un objet concret, d'une représentation visuelle, d'une démarche ou, plus tard dans le parcours scolaire de l'élève, sous la forme d'une équation algébrique.

modélisation. Étude des régularités et des relations en vue d'en étudier les variations.

mur de mots de mathématiques. Liste de termes associés aux mathématiques affichée au mur dans un ordre logique (alphabétique ou conceptuel). Le mur de mots évolue ou est modifié selon le concept à l'étude.

mur de stratégies. Mur sur lequel on affiche des explications ou des diagrammes de procédures ou de stratégies mathématiques (p. ex., comment mesurer le périmètre, indiquer une fraction, faire une liste). L'enseignant ou l'enseignante et l'élève peuvent se référer au mur de stratégies afin de réviser une procédure ou pour analyser diverses possibilités de résolution de problèmes.

niveau de développement. Degré de progression par rapport à une séquence de stades particuliers et en interaction avec son milieu. Lorsque les mathématiques sont trop exigeantes par rapport au niveau de développement de l'élève, leur apprentissage est frustrant pour lui ou elle, qui ne peut alors que les apprendre par cœur. Lorsqu'elles sont trop en dessous du niveau de développement de l'élève, les mathématiques sont ennuyeuses (voir *zone de développement*).

niveau de rendement. Degré d'atteinte du rendement de l'élève par rapport aux attentes énumérées dans la grille d'évaluation du rendement en mathématiques, de la 1re à la 8^{e} année. Le rendement en mathématiques est évalué à quatre niveaux, en fonction de quatre compétences distinctes :

- Connaissance et compréhension;
- Habiletés de la pensée;
- Communication;
- Mise en application.

Le niveau 3 constitue la norme.

niveau symbolique. (voir *compréhension au niveau abstrait*)

normes de résolution de problèmes. Directives et attentes que la classe a élaborées pour la résolution des problèmes (p. ex., l'élève peut utiliser n'importe quel outil mathématique élaboré dans le cadre de la classe; ou peut choisir de travailler à deux ou seul); (voir *modèle de Polya pour la résolution de problèmes* et *modèle de résolution de problèmes axé sur la recherche*).

objectifs éducatifs ou d'apprentissage. Objectifs mathématiques individuels de l'élève, souvent développés en collaboration avec ses parents ou ses tuteurs.

objectivation. Processus de rétroaction par lequel le sujet prend conscience du degré de réussite de ses apprentissages, effectue le bilan de ses actifs et passifs, se fixe de nouveaux objectifs et détermine les moyens pour parvenir à ses fins. Autrement dit, l'objectivation permet aux élèves de constater ce qu'ils ont appris en le verbalisant et en organisant leurs connaissances en un tout cohérent. C'est un outil indispensable qui permet de vérifier ce que les élèves ont appris.

observation. Moyen efficace de percevoir les compétences de l'élève. L'observation permet à l'enseignant ou à l'enseignante de se concentrer sur les paroles ou les comportements de l'élève, qui lui donnent l'occasion de vérifier jusqu'à quel point il ou elle maîtrise les concepts et les habiletés mathématiques.

observations anecdotiques. Brèves observations ou remarques que note l'enseignant ou l'enseignante au cours d'une leçon ou après (voir *commentaire anecdotique*).

observations parentales. Remarques ou constatations des parents, en dehors du milieu scolaire. Ces observations peuvent aider l'enseignant ou l'enseignante à favoriser l'apprentissage de l'élève et à l'amener à adopter une attitude positive.

ordre. Disposition, succession régulière, séquence prescrite d'éléments ou d'opérations.

outil organisationnel. Outil utilisé pour structurer de manière graphique l'information autour d'un concept, d'un thème ou d'un sujet afin d'en offrir une vision globale qui illustre les liens qui existent entre les éléments. Informatique ou non, il peut être de type diagramme, carte, graphique, tableau, arbre, etc.

pédagogie différenciée. (voir *différenciation*)

penser à haute voix. Résolution d'un problème par l'enseignant, l'enseignante ou l'élève, où l'on exprime son raisonnement à haute voix

penser-parler-écrire. Technique qui encourage l'élève à prendre l'habitude de réfléchir à un concept ou à une stratégie pendant une minute, d'en parler avec ses camarades et d'écrire ensuite ce concept ou cette stratégie. Conséquemment, l'élève est susceptible d'effectuer des comptes rendus plus approfondis et plus réfléchis.

planification. Processus qui consiste à décider à l'avance de la séquence d'apprentissage qui appuiera l'élève dans son apprentissage afin de lui permettre d'atteindre les attentes énumérées dans le programme-cadre correspondant à son niveau (voir le chapitre 3 pour la planification à long terme, à court terme et quotidienne).

planification d'unité d'apprentissage. Ensemble de cours qui mènent à la compréhension conceptuelle d'une grande idée et de concepts clés dans un ou plusieurs domaines mathématiques. Une unité d'apprentissage débute par une sous-tâche d'évaluation diagnostique, se poursuit par une série de sous-tâches ayant un fil conducteur entre elles où l'élève démontre et applique des connaissances et habiletés, puis se termine par une sous-tâche d'évaluation sommative. L'unité décrit un thème, une situation réelle ou simulée à l'intérieur de laquelle le travail de l'unité est effectué. La situation peut être un problème ou un besoin exprimé par un groupe, une organisation ou une personne. Elle intègre les attentes et les contenus d'apprentissage du curriculum de l'Ontario.

poésie appliquée aux mathématiques. Poèmes qui peuvent être axés sur les renseignements affectifs, conceptuels ou procéduraux liés aux mathématiques.

portfolio. Ensemble de différents travaux qu'un ou une élève a compilés et gardés sous la supervision de l'enseignant ou de l'enseignante. Le processus de sélection doit aider l'élève à prendre conscience de ses points forts et des points à améliorer en mathématiques.

procédure. Description de la marche à suivre pour atteindre un but particulier.

processus. Séquence de phases dans un phénomène d'apprentissage.

prochaine étape. Processus que l'enseignant ou l'enseignante entame pour aider l'élève dans son apprentissage après une évaluation.

programme de mathématiques équilibré. Programme de mathématiques qui inclut une variété de stratégies d'enseignement et d'apprentissage, de regroupements d'élèves et d'évaluations. Dans un cours de mathématiques équilibré, l'élève acquiert les connaissances conceptuelles et les connaissances procédurales. Trois approches pédagogiques appuient l'élève dans son apprentissage : l'apprentissage guidé, l'apprentissage partagé et l'apprentissage autonome.

question fermée. Question à laquelle on doit répondre dans un questionnaire, un test ou une entrevue en effectuant un choix parmi le nombre de réponses fournies.

question ouverte. Question qui encourage l'élève à trouver une solution en suivant son propre raisonnement. La question ouverte possède souvent plus d'une réponse et peut être résolue de différentes manières.

raisonnement proportionnel. Opération discursive qui consiste à faire la comparaison des rapports ou des proportions avec la prévision ou la production de rapports équivalents.

réflexion et lien. Activité se déroulant généralement dans le dernier quart d'une leçon. L'enseignant ou l'enseignante encourage l'élève à partager sa compréhension des idées clés en mathématiques et à réfléchir sur la façon dont ces idées peuvent être rattachées à d'autres concepts mathématiques appris précédemment.

régularité. Phénomène uniforme propre à un objet mathématique (p. ex., suite numérique) à partir duquel il est possible de dégager une règle.

repère. Élément qui permet de reconnaître ou de retrouver une chose ou de comparer une chose à une autre dans un ensemble. Par exemple, une unité de mesure non conventionnelle peut servir de mesure repère, l'origine dans le plan cartésien peut servir de point repère, le nombre 100 peut être utilisé comme nombre repère.

représentation. Modèle concret, illustré ou symbolique de notions mathématiques abstraites. Le matériel de manipulation, les situations ou les contextes du monde réel, les images ou les diagrammes, les symboles écrits et le langage oral peuvent tous représenter des concepts mathématiques et les rendre plus compréhensibles.

représentations abstraites. Représentations à l'aide de mots, d'images et de symboles abstraits. Pour les jeunes enfants, il est préférable que les modèles concrets précèdent les représentations abstraites et soient liés à celles-ci.

résolution de problèmes. Démarche méthodique en vue de déterminer une façon de parvenir à un résultat désiré (Legendre). Pour résoudre le problème, les élèves doivent faire appel à leurs connaissances antérieures, essayer différentes stratégies, établir des rapports et parvenir à une conclusion. L'apprentissage par le questionnement ou les recherches est une démarche naturelle chez les jeunes enfants.

rétroaction. Partage avec l'élève, les éducateurs et les parents de renseignements fondés sur ce qui a été observé en fonction de la compréhension de l'élève et des approches qui favoriseront son développement mathématique.

routines. Procédures établies par l'enseignant ou l'enseignante avec ses élèves afin de réguler et de coordonner des séquences précises de comportements.

sens des mathématiques. Chez l'élève, qualité de comprendre les mathématiques apprises à l'école et de pouvoir établir un lien entre ces connaissances et les mathématiques retrouvées dans son vécu.

soutien à l'apprentissage. Cadre de travail qui aide l'élève à aborder un problème (p. ex., le fait de fournir des indices ou de présenter la division d'un problème en étapes). Il faut retenir que le soutien à l'apprentissage est une structure temporaire qui peut être retirée peu à peu à mesure que l'élève acquiert ses propres habiletés à résoudre un problème.

stratégie. Manière de procéder pour atteindre un but spécifique.

stratégie d'organisation. Manière de procéder pour identifier et mettre en place un mode de fonctionnement efficace dans l'accomplissement d'un travail à faire, tout en répondant aux besoins et aptitudes de l'élève, de façon à ce qu'il ou elle persévère sans perte de temps.

stratégies d'apprentissage. Ensemble d'opérations et de ressources pédagogiques, planifié dans le but de favoriser au mieux l'atteinte d'objectifs dans une situation pédagogique.

stratégies d'enseignement. Ensemble d'opérations et de ressources pédagogiques, planifié par les enseignants et enseignantes pour leurs élèves.

stratégies de résolution de problèmes. Méthodes précises spécifiques utilisées pour aborder tout problème générique (p. ex., créer une représentation visuelle ou concrète, mimer le problème, trouver un modèle et l'utiliser, dessiner, deviner et vérifier, prendre le problème à l'envers, etc.).

stratégies généralisables. Stratégies qui donnent à l'élève la possibilité de les utiliser dans plusieurs contextes différents parce qu'elles ont un sens pour lui ou elle. En principe, l'élève qui considère les mathématiques comme un ensemble de règles à suivre sans réfléchir n'élabore pas de stratégies généralisables.

style d'apprentissage. Façons différentes d'apprendre et de gérer l'information. Ainsi, les apprenants visuels doivent voir les représentations visuelles d'un concept. Les apprenants auditifs apprennent mieux au moyen d'enseignements verbaux et de discussions, en verbalisant les problèmes et en écoutant le point de vue des autres. Quant aux apprenants tactiles/kinesthésiques, ils apprennent mieux en touchant, en explorant activement le monde physique qui les entoure.

tâche de performance. Activité d'évaluation dans laquelle l'enseignante ou l'enseignant pose un problème concret à ses élèves et, selon des critères préalablement établis, évalue leurs connaissances et observe leur capacité d'évolution dans le contexte du problème posé, dans le but de déterminer l'enseignement à fournir pour combler leurs lacunes.

tâche mathématique adaptée au niveau de développement. Tâche qui respecte les compétences de l'élève d'un groupe d'âge donné ou ayant des habiletés particulières. Pour que les processus d'enseignement et d'apprentissage soient fructueux, il faut initier l'élève aux concepts mathématiques de manière appropriée, au moment opportun et au moyen d'une approche adaptée à son développement (ce qui présuppose une approche exigeante, mais que la plupart des élèves du groupe d'âge ciblé ou en fonction des habiletés identifiées peuvent réaliser); (voir *zone de développement*).

traitement des données. Gestion de faits ou de renseignements réunis par observation, interrogation ou mesure. Les faits ou les renseignements sont souvent organisés sous forme de tableaux ou de diagrammes afin d'illustrer les relations entre eux.

transfert des apprentissages. Capacité de mettre en œuvre par soi-même, dans un contexte nouveau, des savoirs et des savoir-faire, appris dans une situation donnée.

unité de mesure. Unité servant à exprimer une grandeur (p. ex., longueur, aire, volume, angle, etc.) comparativement à une autre grandeur utilisée comme unité de référence.

unités de mesure conventionnelles. Unités choisies par tous ou par un très grand nombre de personnes. Ces unités obéissent à des règles strictes et ont des relations précises avec d'autres unités conventionnelles (p. ex., km, heure, degré Celsius).

unités de mesure non conventionnelles. Unités choisies par quelqu'un et qui obéissent à des règles prévues par cette personne (p. ex., un crayon choisi pour mesurer la largeur d'une chaise).

zone de développement. Selon Lev Vygotsky, moment où de nouvelles connaissances peuvent être rattachées à des connaissances antérieures, aidant l'enfant à élaborer des cadres plus complexes et plus généraux. Cette notion est étroitement liée à la notion d'accommodation de Piaget.

RÉFÉRENCES

BARELL, John. 2010, *21st century skills,* Bloomington IN Solution Tree Press p. 176, 197

BAROODY, Arthur J. et Ronald T. COSLICK. 1998. *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, p. 2-11, 2-15, 17-8.

BISSONNETTE, S. et M. RICHARD. 2001. *Comment construire des compétences en classe – des outils pour la réforme*. Montréal, Québec, Canada : Chenelière-McGraw-Hill, p. 49.

BRANDENBURG, Sister M. Luka. 2002. *Advanced Math ? Write !* Educational Leadership, Volume 60, Number 3. November 2002. p. 67-68.

BURNS, Marilyn. 2000. *About teaching mathematics: A K-8 resource*, 2e éd., Sausalito (CA), Math solutions Publications, p. 29.

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES. 2002. *Recueil- Pratiques réussies en mathématiques de la 6e a la 9e année,* p. 17, 40.

EAKER, Robert, Richard DUFOUR et Rebecca DUFOUR. 2004. *Premiers pas : transformation culturelle de l'école en communauté d'apprentissage professionnelle*, Bloomington (IN), National Education Service, p. 28.

EDUCATIONAL TESTING SERVICE – POLICY INFORMATION CENTER. 1998. *Does It Compute? The Relationship between Educational Technology and Student Achievement in Mathematics,* Princeton, p. 3.

FOSNOT, Catherine Twomey et Maarten DOLK. 2001. *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*, Portsmouth (NH), Heinemann, p.193.

FOSNOT, Catherine Twomey et Maarten DOLK. 2010, *Jeunes mathématiciens en action Tome 1 – Construire le sens du nombre, l'addition et la soustraction*, Chenelière Éducation, Montréal, p. 31, 32, 33.

HATTIE, John. 2009. *Visible Learning – A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement,* New-York, Routledge, p. 145-147.

JOHN, P. et R. SUTHERLAND. 2004. Teaching and Learning with ICT, New Technology, New Pedagogy? Education, Communication and Information Journal (ECi), 4(1), p. 101-107.

JONES, Keith. 2005. The Shaping of Student Knowledge: learning with dynamic geometry software, University of Southampton, UK, p. 8.

JUNCO R., HEIBERBER G. et E. LOKEN. 2011. The effect of Twitter on college student engagement and grades, Journal of Computer Assisted Learning, Volume 27, Issue 2, p. 119–132.

LAMPERT, Magdalene & Cobb. 1992. *Practices and problems in Teaching Authentic mathematics, tiré de Effective and Responsible Teaching The New Synthesis ,* N.Y. Jossey-Boss, *p. 295, 307.*

LEWIS, Pamela. 2006. *Spreadsheet Magic,* Washington DC, International Society for Technology in Education, p. 1, 4.

LONGFIELD, Judith. 2009. « Discrepant Teaching Events: Using an Inquiry Stance to Address Students' Misconceptions », *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, vol. 21, n° 2, p. 266-271.

MA, Liping. 1999. *Knowing and teaching elementary mathematics*, Mahwah (NJ), Erlbaum, p. 136.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), NCTM, p. 52, 57.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM), ASSOCIATION FOR SUPERVISION AND CURRICULUM DEVELOPMENT. 2003. *Administrator's guide: how to support and improve mathematics education in your school*, Reston (VA), NCTM, p. 23.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. 1989. *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*, Washington (DC), National Academy Press, p. 44.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2003a. *Stratégies de lecture au primaire : Rapport de la Table ronde des experts en lecture*, Toronto, le Ministère, p. 45.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2003b. *Stratégie de mathématiques au primaire : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques*, Toronto, le Ministère, p.60.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004a. *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année*, Toronto, le Ministère, p. 36, 38, 79.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004b. *La numératie en tête de la 7e à la 12e année : Rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves*, Toronto, le Ministère, p. 11, 56, 57.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004c. *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française*, Toronto, le Ministère, p. 37, 38.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005a. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re a la 8e année*, p. 12, 18.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005b. *Le curriculum de l'Ontario 9e et 10e année*, p. 11.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005c. *L'éducation pour tous. Rapport de la Table ronde des experts pour l'enseignement en matière de littératie et de numératie pour les élèves ayant des besoins particuliers de la maternelle à la 6e année*, Toronto, le Ministère, p. 38.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, Toronto, le Ministère, 263 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, fascicule 2, Toronto, le Ministère, p. 28.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. Avril 2011. *La communication en classe de mathématiques, Série d'apprentissage professionnel – Édition spéciale du Secrétariat n.13, p. 2.*

PAYNE, Joseph. N. 1990. *Mathematics for the young child*, Reston (VA), NCTM, p. 41.

POIRIER, Louise. 2001. *Enseigner les maths au primaire*, Édition du Renouveau Pédagogique Inc., p. 6.

PRENSKY, Marc, 2010. *Teaching digital natives: partnering for real learning*, Thousand Oaks, CA, Corwin Press, 2010.

RADFORD, Luis et Serge DEMERS. 2004. *Communication et apprentissage : Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Toronto, le Ministère de l'Éducation de l'Ontario, p. 12, 16, 50, 82.

RADFORD, Luis, Serge DEMERS et Isaias MIRANDA, 2009. *Processus d'abstraction en mathématiques*, CFORP, Ottawa, p. 7, 12, 16.

REYS, Robert E., Mary M. LINDQUIST, Diana V. LAMBDIN, Marilyn. N. SUYDAM et Nancy L. SMITH. 2001. *Helping children learn mathematics*, 6e édition, New York, Wiley, p. 95.

SCHIFTER, Deborah et Catherine Twomey FOSNOT. 1993. *Reconstructing mathematics education: stories of teachers meeting the challenge of reform*, New York, Teachers College Press, p. 9.

SELINGER, M. 2001. *Learning Information and Communications Technology Skills and the Subject Context of the Learning,* Journal of Information Technology for Teacher Education, volume 10, numéro 1-2, p. 143-156.

SMALL, Marian, 2009. Making Mathematics meaningful to Canadian students K-8, Nelson Education, Toronto, Canada, p. 37, 57.

SMALL, Marian et LIN, Amy. 2010. *More Good Questions. Great Ways to Differentiate Secondary mathematics Instruction,* Teacher College, Columbia University, p. 50, 67, 69, 142.

SOUSA, David A. 2006. *Un cerveau pour apprendre différemment*, Montréal, Chenelière Éducation Inc. p. 126-127

SOUSA, David A. 2010a. *Mind, brain, & education*, Bloomington (IN). Solution Tree Press. p. 2, 15, 16,18, 23, 73, 75, 76.

SOUSA, David A. 2010b. *Un cerveau pour apprendre les mathématiques*, Montréal, Chenelière Éducation Inc. P.XVI, p. 123, 124, 128, 129.

Stenmark, J.K., & Bush, W.S. (Eds.). (2001). Mathematics assessment: A practical handbook. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, p. 4.

SULLIVAN, P. et P. LILBURN. 2010. *Activités ouvertes en mathématiques,* Chenelière Éducation, p. 9-11.

TRAFTON, P. R., et D. THIESSEN. 1999. *Learning through problems*, Portsmouth (NH), Heinemann, p. 44.

VAN DE WALL, John et LouAnn LOVIN. 2008. *L'enseignement des mathématiques L'élève au centre de son apprentissage tome 3,* Québec Canada, ERPI, p. 160.

VYGOTSKY, Lev. 1980. *Mind in society: The development of higher psychological processes*, Cambridge (MA), Harvard University, p. 86.